
TD n°4-

Exercice 1 Soit D le domaine définie par $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1\}$.
Calculer $\iint_D f(x, y) dx dy$ dans les cas suivants :

1. $f(x, y) = x^2 + y^2$.
2. $f(x, y) = xy(x + y)$.
3. $f(x, y) = 1 - x - y$.

Exercice 2 Soit D le domaine définie par $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 4 - x^3\}$.
Calculer l'aire de D .

Exercice 3 Soit D un carré de sommets $A(0, 0)$, $B(0, 2)$, $C(2, 2)$ et $E(2, 0)$.

1. Tracer le domaine D .
2. Déduire l'expression du domaine D .
3. Calculer $\iint_D (2 - y) dx dy$.

Exercice 4 Soit l'intégrale double suivante :

$$I = \iint_D (x + 2)^2 dx dy,$$

où

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x + y \leq 2 \text{ et } -1 \leq x - y \leq 1\}.$$

En utilisant le changement de variables : $\begin{cases} u = x + y \\ v = x - y \end{cases}$, calculer I .

Exercice 5 Soit l'intégrale double suivante :

$$I = \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

où

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

En utilisant les coordonnées polaires : $(x = r \cos \theta, y = r \sin \theta)$, calculer I .