

---

## TD n°4-

---

**Exercice 1** Soit  $D$  le domaine définie par  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x, 0 \leq y, x + y \leq 1\}$ .  
Calculer  $\iint_D f(x, y) dx dy$  dans les cas suivants :

1.  $f(x, y) = x^2 + y^2$ .
2.  $f(x, y) = xy(x + y)$ .
3.  $f(x, y) = 1 - x - y$ .

**Exercice 2** Soit  $D$  le domaine définie par  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 4 - x^3\}$ .  
Calculer l'aire de  $D$ .

**Exercice 3** Soit  $D$  un carré de sommets  $A(0, 0)$ ,  $B(0, 2)$ ,  $C(2, 2)$  et  $E(2, 0)$ .

1. Tracer le domaine  $D$ .
2. Déduire l'expression du domaine  $D$ .
3. Calculer  $\iint_D (2 - y) dx dy$ .

**Exercice 4** Soit l'intégrale double suivante :

$$I = \iint_D (x + 2)^2 dx dy,$$

où

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x + y \leq 2 \text{ et } -1 \leq x - y \leq 1\}.$$

En utilisant le changement de variables :  $\begin{cases} u = x + y \\ v = x - y \end{cases}$ , calculer  $I$ .

**Exercice 5** Soit l'intégrale double suivante :

$$I = \iint_D \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy,$$

où

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}.$$

En utilisant les coordonnées polaires :  $(x = r \cos \theta, y = r \sin \theta)$ , calculer  $I$ .