Cours Algèbre I UEF 111.

14 Semaines, 1h30 Cours, 1h30 TD, Coeff 3, Credits 5.
Contrôle continu 40 %, Examen 40%.

Contenu de la matière:

Chapitre 1: Notions de logique

* Table de verité, quantificateurs, types de raisonnements.

Chapitre 2: Ensembles et applications

* Définitions et exemples.
* Applications: injection, surjection, bijection, image directe, image réciproque, restriction et prolongement.

Chapitre 3: Relations binaires sur un ensemble.

* Définitions de base: relation réflexive, symétrique, antisymétrique, transitive
* Relation d'ordre - définition. Ordre Total et partiel
* Relation d'équivalence: classe d'équivalence

Chapitre 4: Structures algébriques

* loi de composition interne. partie stable. propriétés d'une loi de composition interne
* Groupes: Définitions. Sous groupes: Exemples - Homomorphisme de groupes - isomorphisme de groupes. Exemples de groupes finis $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ $(n=1,\dots)$ et le groupe

- permutations S_3.

* Anneaux : Définition - Sous anneaux. Règles de calculs dans un anneau. Éléments inversibles, diviseurs de zéro - Homomorphisme d'anneaux - Idéaux.

* Corps : Définitions - traitement du cas d'un corps fini à travers l'exemple $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ où p est premier, $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$.

Chapitre 5 : Anneaux de polynômes.

* Polynôme. Degré.
* Construction de l'anneau des polynômes.
* Arithmétique des polynômes : Divisibilité, Division euclidienne, pgcd et ppcm de deux polynômes - polynômes premiers entre eux, Décomposition en produit de facteurs irreductibles
* Racines d'un polynôme : Racines et degré, Multiplicité des racines.

Chapitre 1. Notions de logique.

1. Logique :

1.1. Assertion :

Une assertion est une phrase soit vraie, soit fausse, pas les deux en même temps

Exemples : P et Q sont des assertions où $P : 2+2=4$ et $Q : 2\times 3 = 7$.

1.2. Les opérateurs logiques :

Soit P une assertion et Q une autre assertion.

1.2.1. L'operateur logique « et ».

* L'assertion P et Q (notée $P \wedge Q$) est vraie si P est vraie et Q est vraie
* L'assertion $P \wedge Q$ est fausse sinon.

La table de vérité résume ceci :

P	V	F	V	F
Q	V	F	F	V
$P \wedge Q$	V	F	F	F

Exemple : $(2+2=4) \wedge (2\times 3=7)$ est fausse.

1.2.2. L'operateur logique « ou ».

* L'assertion P ou Q notée ($P \vee Q$) est vraie si l'une des deux assertions est vraie.
* L'assertion $P \vee Q$ est fausse si les deux assertions sont fausse

La table de vérité est la suivante :

P	V	F	V	F
Q	V	F	F	V
$P \vee Q$	V	F	V	V

Exemple : $(2+2=4) \vee (2\times3=7)$ est vraie.

1.2.3. La négation « non ».

* L'assertion non P notée $\overline{P}$ est vraie si P est fausse, et fausse si P est vraie.

La table de vérité est la suivante :

P	V	F
$\overline{P}$	F	V

Exemple : si $P : 2+2=4$ alors $\overline{P} = 2+2\neq4$ est fausse.

1.2.4. L'implication : « $\Rightarrow$ ».

La définition mathématiques est la suivante :

$\overline{P} \vee Q$ et est noté $P \Longrightarrow Q$.

La table de vérité est la suivante :

P	V	F	V	F
Q	V	F	F	V
$\overline{P}$	F	V	F	V
$\overline{P}\vee Q$	V	V	F	V

Exemple :

$\sin\theta = 0 \Rightarrow \theta = 0$ est fausse car pour $\theta = 2\pi$ par exemple.

1.2.5. L'équivalence « $\Leftrightarrow$ ».

L'équivalence est définie par :

$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$ et est notée $P \Leftrightarrow Q$

* L'assertion $P \Leftrightarrow Q$ est vraie lorsque P et Q sont vraie ou lorsque P et Q sont fausses.

La table de vérité est :