## Angles de Cardan ou Roulis-Tangage-Lacet

Pour passer de $R_i$ à $R_j$ on effectue une succession de trois rotations de Cardan RTL, $\phi_1$, $\phi_2$, $\phi_3$ autour de X, Y et Z.

$$R_i \xrightarrow{R(X,\Phi_1)} R_1 \xrightarrow{R(Y,\Phi_2)} R_2 \xrightarrow{R(Z,\Phi_3)} R_j$$

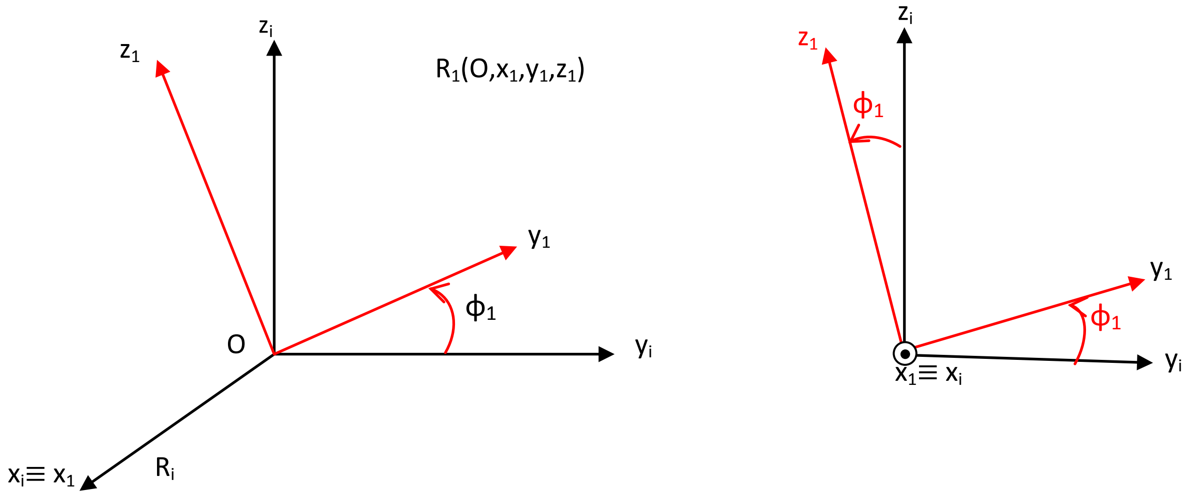


Figure 1 : Rotation de $\phi_1$ autour de $X_i$ (Roulis)

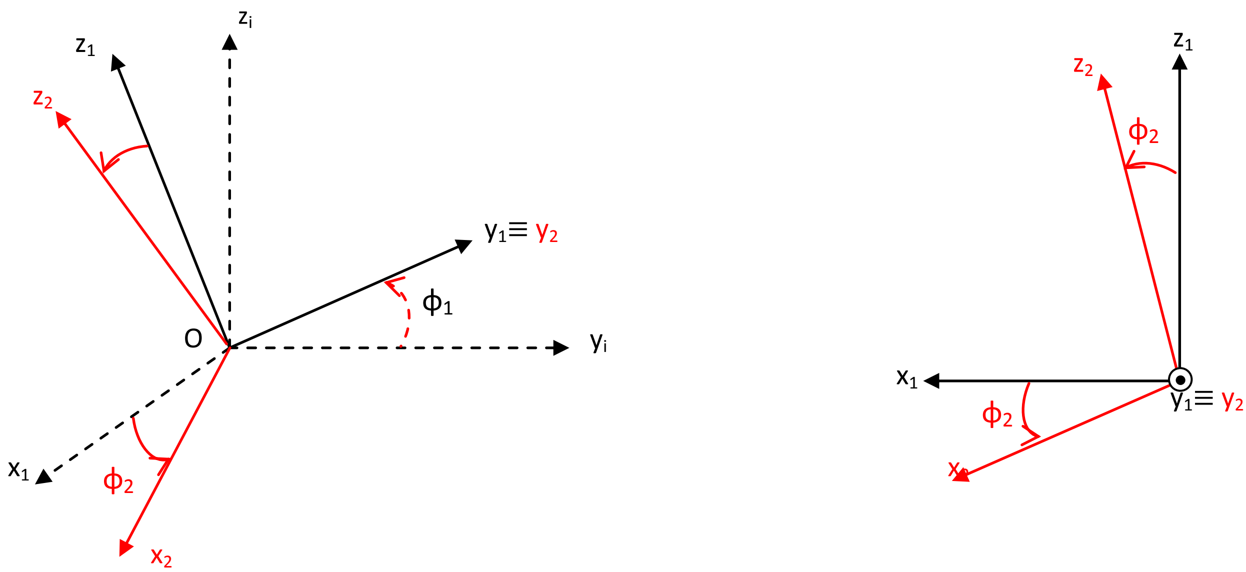


Figure 2 : Rotation de $\phi_2$ autour de $y_1$ (Tangage)

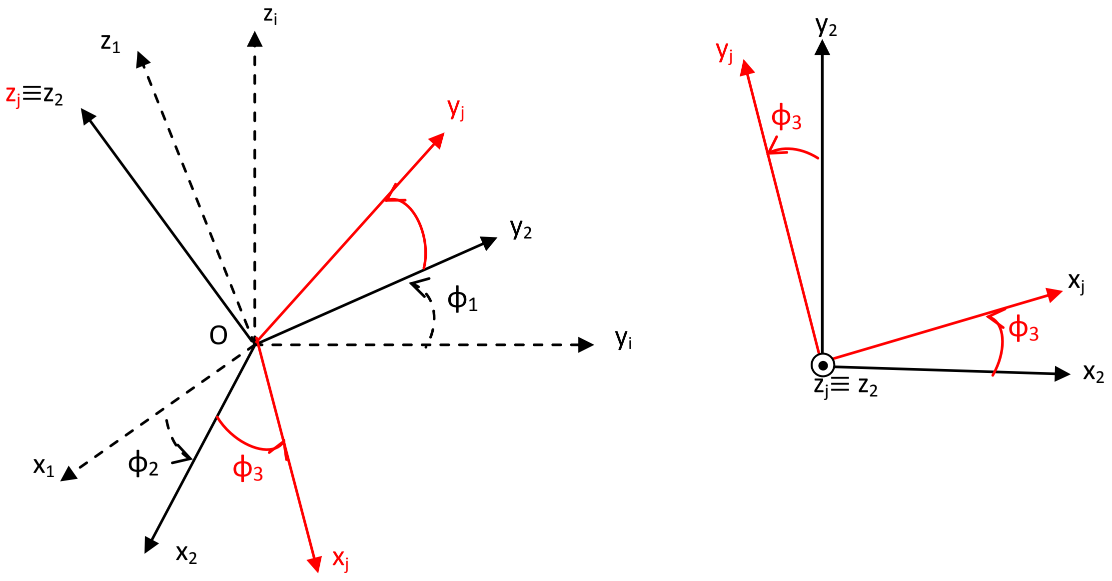


Figure 3 : Rotation de $\phi_3$ autour de $z_2$ (Lacet)

La matrice de transformation de la rotation $R(X, \Phi_1)$(figure 1) est (voir chapitre 2, transformations simples) :

$$A^{i1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\Phi_1 & -S\Phi_1 \\ 0 & S\Phi_1 & S\Phi_1 \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation de la rotation $R(Y, \Phi_2)$(figure 2) est :

$$A^{12} = \begin{bmatrix} C\Phi_2 & 0 & S\Phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\Phi_2 & 0 & C\Phi_2 \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation de la rotation $R(Z, \Phi_3)$(figure 3) est :

$$A^{2j} = \begin{bmatrix} C\Phi_3 & -S\Phi_3 & 0 \\ S\Phi_3 & C\Phi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La transformation entre $R_i$ et $R_j$ sera donnée par la relation (11) du chapitre 2 :

$$A^{ij} = A^{i1}A^{12}A^{2j}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\Phi_1 & -S\Phi_1 \\ 0 & S\Phi_1 & S\Phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\Phi_2 & 0 & S\Phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\Phi_2 & 0 & C\Phi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\Phi_3 & -S\Phi_3 & 0 \\ S\Phi_3 & C\Phi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{ij} = C2 \begin{bmatrix} C3 & -C2S3 & S2 \\ C1S3 + S1S2C3 & C1C3 - S1S2S3 & -S1C2 \\ S1S3 - C1S2C3 & S1C3 + C1S2S3 & C1C2 \end{bmatrix}$$

$A^{ij}$ donne la position angulaire de $R_j$ par rapport à $R_i$.

Dans la matrice $A^{ij}$, $C\mathrm{i} = \cos \Phi_{\mathrm{i}}$ et $S\mathrm{i} = \sin \Phi_{\mathrm{i}}$