# Modèle géométrique directe des manipulateurs série

Le SMA d'un manipulateur est composé de n solides Si, plus le bâti. Ils sont reliés entre eux par des liaisons à 1ddl, généralement de type pivot ou prismatique.

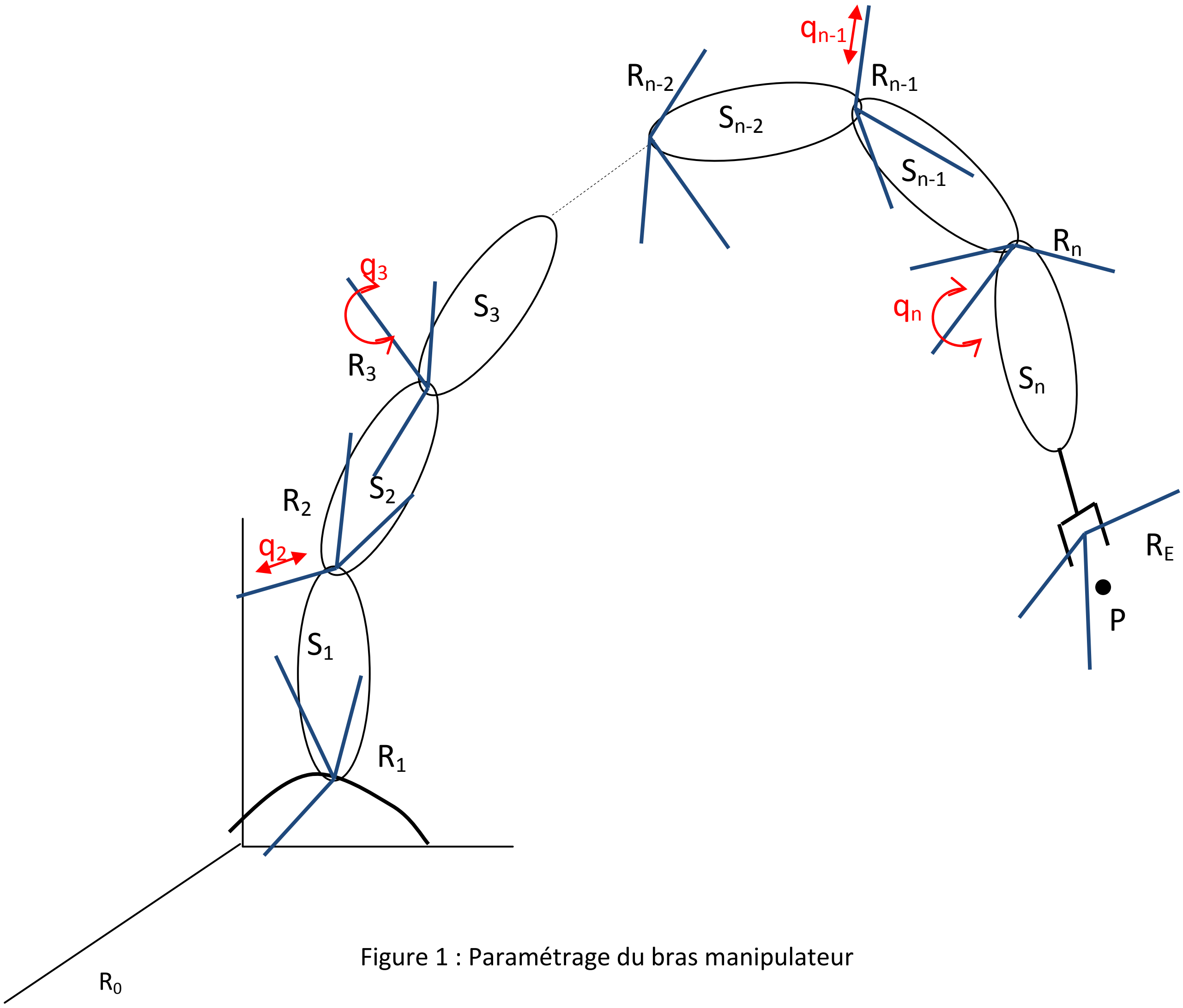



Figure 1 : Paramétrage du bras manipulateur

On associe le repère Ri de centre Oi au solide Si (figure 1). Oi se trouve sur la liaison Si/Si-1 dont qi est sa coordonnée articulaire.

## 1. Position d'un point de l'effecteur

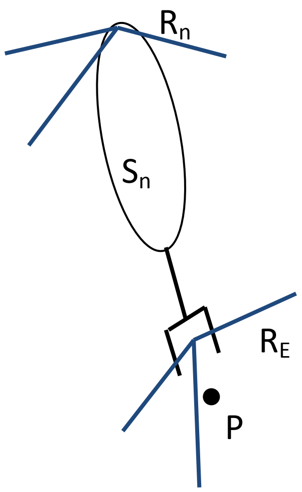
On a vu au chapitre 2, les coordonnées d'un point dans le repère $R_i$ en fonction de celles au repère $R_j$ sous la forme :

$$\begin{Bmatrix} x_i \\ 1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{ij} & \{L_{o_j}\} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_j \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$= T^{ij} \begin{Bmatrix} x_j \\ 1 \end{Bmatrix}$$

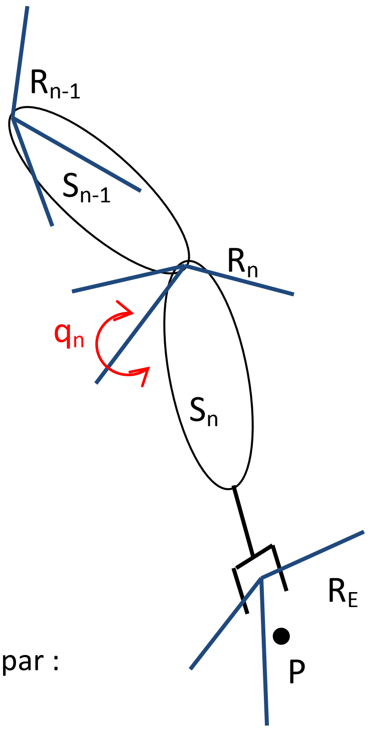
On l'applique en utilisant les paramètres du bras de la figure 1.

Soit $\begin{Bmatrix} x_n \\ 1 \end{Bmatrix}$ les coordonnées du point P dans le repère Rn.




Ces coordonnées sont connues ($S_n$, l'effecteur et P, constituent un seul objet solide).

Si on considère maintenant le solide $S_{n-1}$ qui est en liaison ($q_n$) avec $S_n$.




Les coordonnées de P dans Rn-1 sont $\begin{Bmatrix} x_{n-1} \\ 1 \end{Bmatrix}$ et sont données par :

$$\begin{Bmatrix} x_{n-1} \\ 1 \end{Bmatrix} = T^{n-1,n} \begin{Bmatrix} x_n \\ 1 \end{Bmatrix}$$

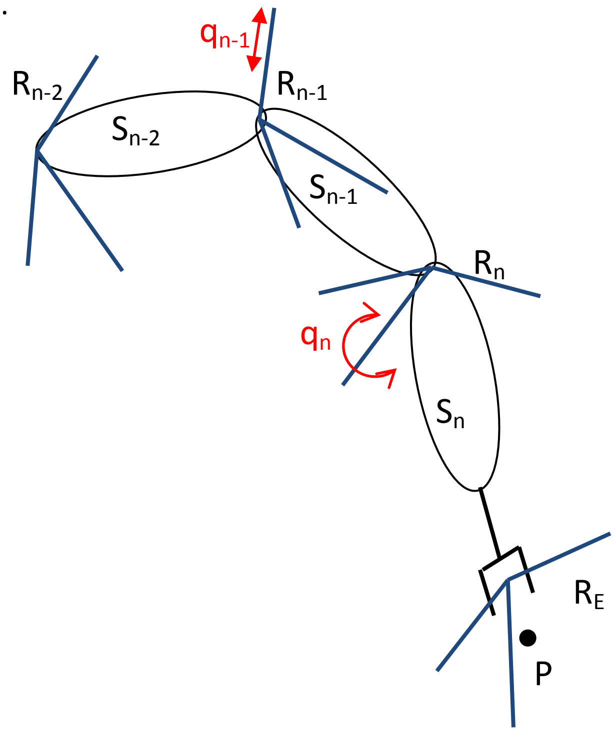
$T^{n-1,n}$ est fonction de $q_n$.

Les coordonnées de P dans Rn-2 sont $\begin{Bmatrix} x_{n-2} \\ 1 \end{Bmatrix}$ et sont données par :

$\begin{Bmatrix} x_{n-2} \\ 1 \end{Bmatrix} = T^{n-2,n-1} \begin{Bmatrix} x_{n-1} \\ 1 \end{Bmatrix}$

$$\begin{Bmatrix} x_{n-2} \\ 1 \end{Bmatrix} = \ T^{n-2,n-1}\ T^{n-1,n}\ \begin{Bmatrix} x_n \\ 1 \end{Bmatrix}$$

où $T^{n-2,n-1}$ est fonction de $q_{n-1}$.




Et par récurrence, on arrive à :

$$\begin{Bmatrix} x_0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \ T^{0,1}\ T^{1,2}T^{2,3} \dots\ T^{n-1,n}\ \begin{Bmatrix} x_n \\ 1 \end{Bmatrix}$$
$$= T^{0,n}\ \begin{Bmatrix} x_n \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Donc,

$$T^{0,n}(q_1, q_2, \dots, q_n) = \prod_{i=1}^{n} T^{i-1,i}(q_i)$$

### 2. Orientation de l'effecteur

On cherche les angles d'Euler ou de Cardan ou d'autres donnant la position angulaire de $R_E$ attaché à l'effecteur par rapport à $R_0$.

La matrice $T^{0,n} = \begin{bmatrix} A^{0,n} & L^{0,n} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$A^{0,E} = A^{0,n}\ A^{n,E}$$

On compare les termes de la matrice $A^{0,E}$avec celles de la matrice d'Euler ou de Cardan.