REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

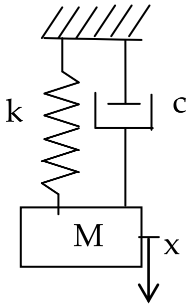
UNIVERSITE BATNA 2

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE INDUSTREIL

**Corrigé type contrôle vibrations Mécatronique M1 (sujet1)**

**Exo1 (3.5pts)**




Déterminer le mouvement libre du système ci-contre,

Pour α=0.2 et à t=0 ; x(0)= x0 et $\dot{x}(0) = v_0$

<u>α=0.2</u>, donc le mouvement est périodique :

$$x(t) = A\, e^{-\alpha\omega t} \sin(\omega_a t + \varphi) \qquad (1)$$

$$\dot{x}(t) = A(-\alpha\omega)\, e^{-\alpha\omega t} \sin(\omega_a t + \varphi) + A\omega_a\, e^{-\alpha\omega t} \cos(\omega_a t + \varphi)$$

Appliquons les conditions initiales (à t=0 ; x(0)= x0 et $\dot{x}(0) = v_0$):

$x(0) = A \sin(\varphi) = x_0$ (2)

$\dot{x}(0) = A(-\alpha\omega)\sin(\varphi) + A\omega_a \cos(\varphi) = v_0$ (3)

Remplacons (2) dans (3) ;

$(-\alpha\omega)x_0 + A\omega_a \cos(\varphi) = v_0$

D'où $\mathrm{A}\cos(\varphi) = \frac{v_0+\alpha\omega x_0}{\omega_a}$ (4)

(1) = $e^{-\alpha\omega t}[\sin(\omega_a t) A\cos(\varphi) + cos(\omega_a t)\, A\sin(\varphi)]$

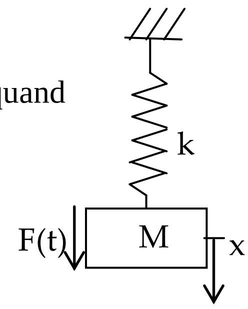
on y remplace les valeurs de (2) et (4) on trouve

$$x(t) = e^{-\alpha\omega t}[\left(\frac{v_0 + \alpha\omega x_0}{\omega_a}\right)\sin(\omega_a t) + x_0\cos(\omega_a t)]$$

**Exo2 (3pts)**

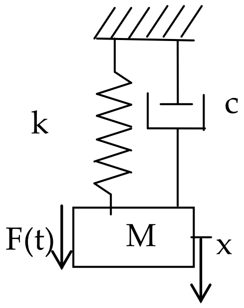
Soit le système masse-ressort avec une force extérieure appliquée à la masse.

Supposons que F(t)=0.12 sin (10t) et que M=0.1kg.




1. En cas de mouvement forcé, sans amortissement, la résonance aura lieu quand

La fréquence d'excitation coïncide avec la fréquence propre, c a d $\sqrt{\frac{k}{m}}$ =10, d'où k=10 N/m




2. Supposons que la raideur est k=6.4N/m et on ajoute

un amortissement c=0.16 N.s/m au système.

le facteur d'amortissemnt et la fréquence Propre

$$\alpha = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 0.1$$

$$\omega_a = 8\sqrt{1-\alpha^2} = 7.96\, rd/s$$

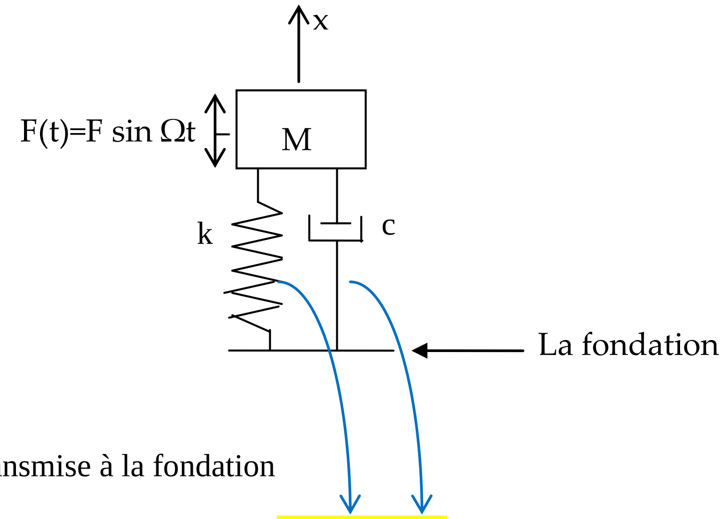
3. Calculer l'amplitude des vibrations de la masse.

D'après le cours, en cas de 1ddl amorti forcé, $X = \frac{F}{\sqrt{(k-m\Omega^2)^2+c^2\Omega^2}}$

$$X = \frac{0.12}{\sqrt{(6.4-0.1*10^2)^2+0.16^2*10^2}} = 3.05cm$$

**Exo3 (3.5pts)**

Soit le système masse ressort relié à une fondation et dont la masse est soumise à une force F(t).




1. La force transmise à la fondation

$$F = kx + c\dot{x}$$

2. Le module de cette force en fonction du facteur d'amortissement et du rapport des fréquences

$$F(t) = kx + c\dot{x}$$

D'après le cours : $x(t) = X\sin(\Omega t - \phi)$

Donc

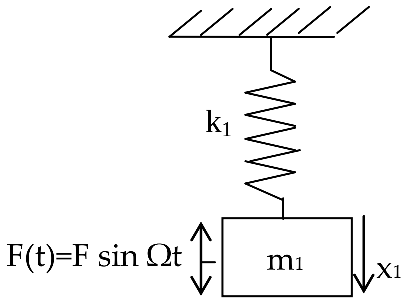
$$F = X[k\sin(\Omega t-\phi)+c\Omega\cos(\Omega t-\phi)]$$

Le module de F est $|F| = X\sqrt{k^2+(c\Omega)^2} = F\sqrt{\frac{1+[2\alpha(\frac{\Omega}{\omega})]^2}{[1-(\frac{\Omega}{\omega})^2]^2+[2\alpha(\frac{\Omega}{\omega})]^2}}$

Sachant que (d'après le cours) $X = \frac{\frac{F}{k}}{\sqrt{[1-(\Omega/\omega)^2]^2+\left[2\alpha(\frac{\Omega}{\omega})\right]^2}}$

**Exo4 (3.5pts)**

Soit le système sur la figure ci-contre :




1. L'amplitude des déplacements de la masse $m_1$.

D'après le cours : $X = \frac{F}{k-m\Omega^2}$

Pour annuler les vibrations de cette masse, on lui attache une autre masse $m_2$ par l'intermédiaire d'un ressort $k_2$.

2. Les amplitudes des deux masses

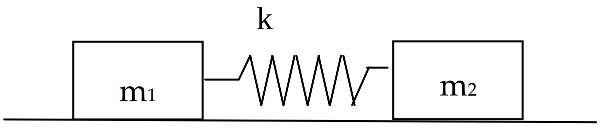
Pour les expressions de $X_1$ et $X_2$, Voir le cours, 2 ddl forcé sans amortissement.

3. La condition permettant d'annuler les vibrations de $m_1$,

annulé $x_1$, on trouve $\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \Omega$

*4.* En cas ou la force extérieure n'existe pas et on ne peut pas ajouter le 2ème système masse ressort, on a*joute un amortisseur.*

**Exo5 (3.5pts)**




1. Les fréquences et les modes associés.

$\omega_1 = 0,$ $\phi_1 = \begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}, \qquad \phi_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ -\frac{m_1}{m_2} \end{vmatrix}$$

2. Les masses et raideurs modale

Les masses modales $= \phi' M \phi = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 \\ 0 & m_1 + \frac{m_1}{m_2} \end{bmatrix}$

Les raideurs modales $= \phi' K \phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k(1+\frac{m_1}{m_2})^2 \end{bmatrix}$

3. Interpréter les valeurs des fréquences et mode propres, quel est le comportement des deux masses

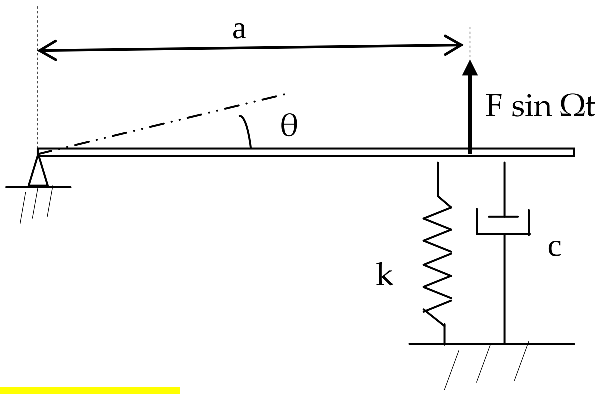
Le mode associé à la 1ère fréquence ($\omega_1$=0) est le mode du corps solide ; tout le système est comme un seul corps.

**Exo6 (3)**

1. L'équation du mouvement en fonction de θ de la barre rigide articulée.

Données : $I_A$=0.065 kg m$^2$, k=3 e4 N/m

C=1Ns/m, a=0.4m




$$\sum moments = -(kx)a - (c\dot{x})a + (Fsin\Omega t)a = I\ddot{\theta}$$

Au petite amplitude $x \approx \theta a$

d'où

$$0.065\ddot{\theta} + 0.16\,\dot{\theta} + 4800\,\theta = 0.4\,Fsin\,\Omega t$$

2. Le facteur d'amortissement

$$\alpha = \frac{c}{2\sqrt{kI}} = \frac{0.16}{2\sqrt{4800 * 0.065}} = 0.0045$$