REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

UNIVERSITE BATNA 2

FACULTE DE TECHNOLOGIE

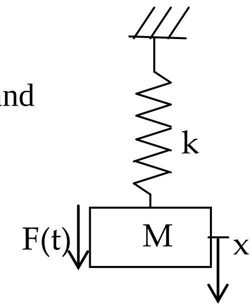
DEPARTEMENT DE GENIE INDUSTREIL

Corrigé type contrôle vibrations Mécatronique M1 (sujet2)

Exo1 (3pts)

Soit le système masse-ressort avec une force extérieure appliquée à la masse.

Supposons que F(t)=0.11 sin (10t) et que M=0.2kg.



1. En cas de mouvement forcé, sans amortissement, la résonance aura lieu quand

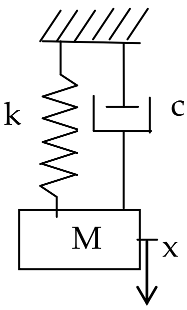
   La fréquence d'excitation coïncide avec la fréquence propre,

   $\sqrt{\frac{k}{m}}$ =10, d'où k=20 N/m

2. Supposons que la raideur est k=7.4N/m, on ajoute

un amortissement c=0.18 N.s/m au système.

Le facteur d'amortissemnt et la fréquence propre:



$$\alpha = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 0.07$$

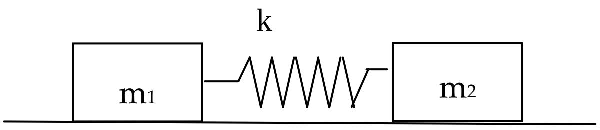
$$\omega_a = \omega\sqrt{1-\alpha^2} = 9.97\ rd/s$$

3. L'amplitude des vibrations de la masse.

   D'après le cours : $X = \frac{F}{\sqrt{(k-m\Omega^2)^2+c^2\Omega^2}}$

$$X = \frac{0.11}{\sqrt{(7.4-0.2*10^2)^2+0.18^2*10^2}} = 8.64mm$$

Exo2 (3.5pts)



1. Les fréquences et les modes associés.

$$\omega_1 = 0, \qquad \phi_1 = \begin{vmatrix}1\\1\end{vmatrix}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1 m_2}}, \qquad \phi_2 = \begin{vmatrix} 1 \\ -\frac{m_1}{m_2} \end{vmatrix}$$

2. Les masses et raideurs modale

Les masses modales $= \phi' M \phi = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 \\ 0 & m_1 + \frac{m_1}{m_2} \end{bmatrix}$

Les raideurs modales $= \phi' K \phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k(1+\frac{m_1}{m_2})^2 \end{bmatrix}$

3. Interpréter les valeurs des fréquences et mode propres, quel est le comportement des deux masses

Le mode associé à la 1ère fréquence (ω_1=0) est le mode du corps solide ; tout le système est comme un seul corps.

Exo3 (3.5pts)

Déterminer le mouvement libre du système ci-contre,

Pour α=0.4 et à t=0 ; x(0)= x_0 et $\dot{x}(0) = v_0$

α=0.4, donc mouvement périodique

$$x(t) = A\, e^{-\alpha\omega t} \sin(\omega_a t + \varphi) \qquad (1)$$

$$\dot{x}(t) = A(-\alpha\omega)\, e^{-\alpha\omega t} \sin(\omega_a t + \varphi) + A\omega_a\, e^{-\alpha\omega t} \cos(\omega_a t + \varphi)$$

Appliquons les conditions initiales (à t=0 ; x(0)= x0 et $\dot{x}(0) = v_0$):

$x(0) = A\ \sin(\varphi) = x_0$ (2)

$\dot{x}(0) = A(-\alpha\omega)\sin(\varphi) + A\omega_a\ \cos(\varphi) = v_0$ (3)

Remplacons (2) dans (3) ;

$(-\alpha\omega)x_0 + A\omega_a\ \cos(\varphi) = v_0$

D'où $\mathrm{A}\cos(\varphi) = \frac{v_0 + \alpha\omega x_0}{\omega_a}$ (4)

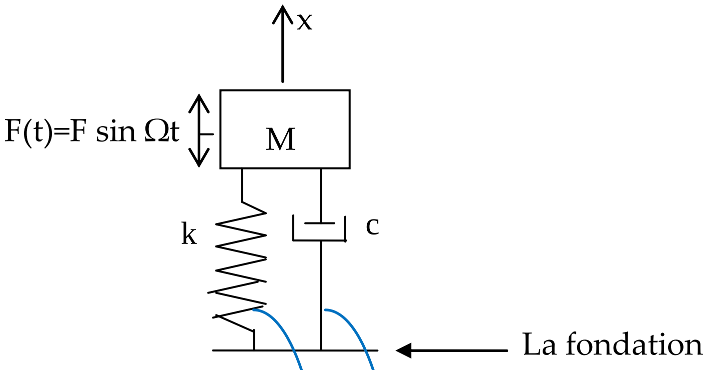
(1) = $e^{-\alpha\omega t}[\sin(\omega_a t) A\cos(\varphi) + cos(\omega_a t)\ \mathrm{A}\sin(\varphi)]$

on y remplace les valeurs de (2) et (4) on trouve

$$x(t) = e^{-\alpha\omega t}[\left(\frac{v_0 + \alpha\omega x_0}{\omega_a}\right)\sin(\omega_a t) + x_0\cos(\omega_a t)]$$

Exo4 (3.5pts)

Soit le système masse ressort relié à une fondation et dont la masse est soumise à une force F(t).



1. La force transmise à la fondation

$$F = kx + c\dot{x}$$

2. Le module de cette force en fonction du facteur d'amortissement et du rapport des fréquences

$$F(t) = kx + c\dot{x}$$

D'après le cours : $x(t) = X\sin(\Omega t - \phi)$

Donc

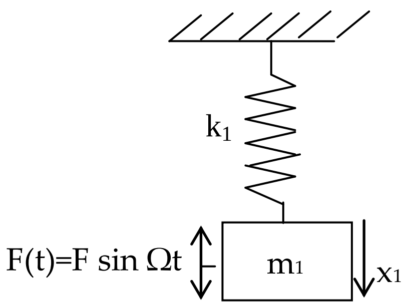
$$F = X[k\sin(\Omega t - \phi) + c\Omega\cos(\Omega t - \phi)]$$

Le module de F est $|F| = X\sqrt{k^2 + (c\Omega)^2} = F\sqrt{\frac{1+[2\alpha\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)]^2}{[1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2]^2+[2\alpha\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)]^2}}$

Sachant que (d'après le cours) $X = \frac{\frac{F}{k}}{\sqrt{[1-(\Omega/\omega)^2]^2+\left[2\alpha\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)\right]^2}}$

Exo5 (3.5pts)

Soit le système sur la figure ci-contre :



1. L'amplitude des déplacements de la masse m_1.

D'après le cours : $X = \frac{F}{k-m\Omega^2}$

Pour annuler les vibrations de cette masse, on lui attache une autre masse m_2 par l'intermédiaire d'un ressort k_2.

1. Les amplitudes des deux masses

Pour les expressions de X_1 et X_2, Voir le cours, 2 ddl forcé sans amortissement.

2. La condition permettant d'annuler les vibrations de m_1,

annulé x_1, on trouve $\sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \Omega$

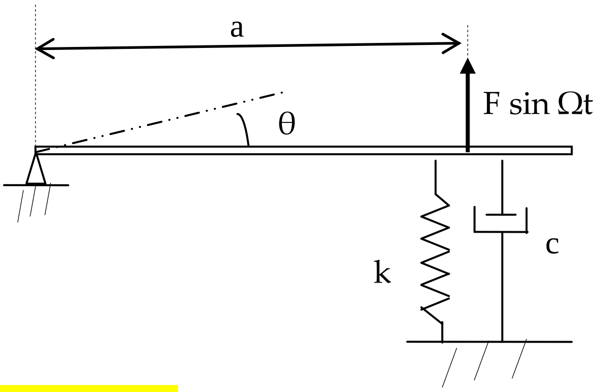
3. En cas ou la force extérieure n'existe pas et on ne peut pas ajouter le 2ème système masse ressort, on a*joute un amortisseur.*

Exo6 (3pts)

1. Ecrire les équations du mouvement en fonction de θ de la barre rigide articulée.

Données : I_A=0.065 kg m^2, k=3 e4 N/m

C=1Ns/m, a=0.4m



$$\sum moments = -(kx)a - (c\dot{x})a + (Fsin\Omega t)a = I\ddot{\theta}$$

Au petite amplitude $x \approx \theta a$

d'où

$$0.065\ddot{\theta} + 0.16\,\dot{\theta} + 4800\,\theta = 0.4\,Fsin\,\Omega t$$

1. Le facteur d'amortissement

$$\alpha = \frac{c}{2\sqrt{kI}} = \frac{0.16}{2\sqrt{4800 * 0.065}} = 0.0045$$