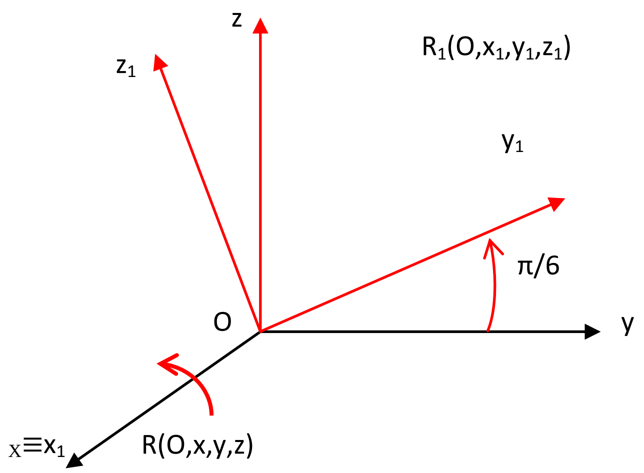
Corrigé TD : La matrice de transformation ou de passage

Exo1

La matrice de transformation ou de passage due à la transformation R(X, π/6) entre R_o et R_1.

R(X, π/6) est la rotation autour de X de π/6



La matrice de passage de R(X, π/6)= $A^{01} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\pi/6 & -S\pi/6 \\ 0 & S\pi/6 & S\pi/6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$

Les coordonnées du point M$\begin{Bmatrix} 1 \\ 7 \\ -3 \end{Bmatrix}_{/R_1}$ dans R_0

Comme les deux repères ont la même origine O, donc la partie translation dans la matrice de passage n'existe pas. Les coordonnées du point M dans le nouveau repère seront donc :

M/R1= $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1*1+0*7+0*-3 \\ 0*1+\frac{\sqrt{3}}{2}*7+\left(-\frac{1}{2}\right)*(-3) \\ 0*1+\frac{1}{2}*7+\frac{\sqrt{3}}{2}*(-3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 7.56 \\ 0.9 \end{bmatrix}$

Exo2

Une rotation R(Y,π/3) ; $= \begin{bmatrix} c(\frac{\pi}{3}) & 0 & S(\frac{\pi}{3}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\frac{\pi}{3}) & 0 & c(\frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$

la matrice de passage homogène pour la rotation R(Y,π/3) et la translation de vecteur [2,5,9] est :

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & \sqrt{3}/2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & 0.5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les coordonnées du point M$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}_{/R_1}$ dans R_0 :

$$M\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}_{/R_0} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & \sqrt{3}/2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ -\sqrt{3}/2 & 0 & 0.5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{Bmatrix}$$