

Robotique Méca M1-Corrigé type sujet 1

Exo1

Angles de Cardan $\Phi_1=45^\circ$, $\Phi_2=30^\circ$, $\Phi_3=-30^\circ$.

$$A^{ij} = \begin{bmatrix} C_2C_3 & -C_2S_3 & S_2 \\ C_1S_3 + S_1S_2C_3 & C_1C_3 - S_1S_2S_3 & -S_1C_2 \\ S_1S_3 - C_1S_2C_3 & S_1C_3 + C_1S_2S_3 & C_1C_2 \end{bmatrix}$$

La matrice de passage $A^{IF} = A^{ij}(\Phi_1=45^\circ, \Phi_2=30^\circ, \Phi_3=-30^\circ)$

$$A^{IF} = \begin{bmatrix} 0.7500 & 0.4330 & 0.5000 \\ -0.0474 & 0.7891 & -0.6124 \\ -0.6597 & 0.4356 & 0.6124 \end{bmatrix}$$

La matrice d'Euler

$$A^{ji} = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta S_\varphi & S_\psi C_\theta S_\varphi & S_\theta S_\varphi \\ -C_\psi S_\varphi - S_\psi C_\theta C_\varphi & -S_\psi S_\varphi + C_\psi C_\theta C_\varphi & S_\theta C_\varphi \\ S_\psi S_\theta & -C_\psi S_\theta & C_\theta \end{bmatrix}$$

Par comparaison entre Cardan et Euler, on trouve les angles d'Euler (ψ , θ et φ)

Exo2

1. De quoi est formé le porteur ? RRP
2. Quel est la forme de son espace de travail ? Sphérique
3. Les repères suivant DH modifié :

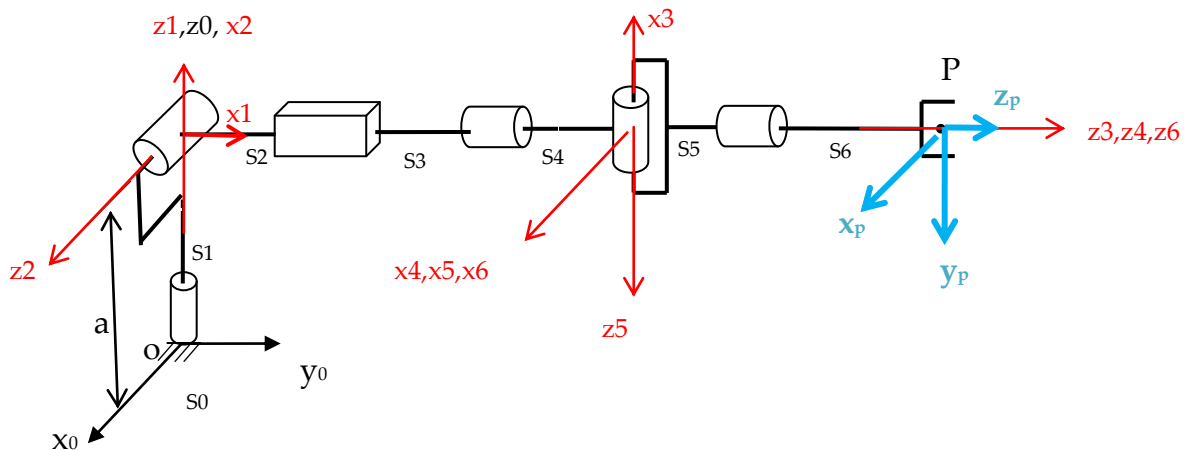


Tableau des paramètres DH(modifié)

Li	σ_i	A_i	D_i	θ_i	r_i
1	0	0	0	q1	a
2	0	$\pi/2$	0	q2	0
3	1	$\pi/2$	0	0	q3
4	0	0	0	q3	0
5	0	$-\pi/2$	0	q4	0
6	0	$\pi/2$	0	q5	0

4. L'expression des matrices de passage (voir notes de cours)

$$T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & d_i \\ C\alpha_i S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i & -r_i S\alpha_i \\ S\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i C\theta_i & C\alpha_i & r_i C\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice de passage globale (voir notes de cours) est :

$$T^{0,6} = \prod_{i=1}^{i=6} T^{i-1,i}$$

5. L'expression mathématique permettant de calculer la position du centre du poignet par rapport au repère fixe R_0 . (aucun calcul n'est demandé)

$$T^{0,3} = \prod_{i=1}^{i=3} T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} [R] & [L] \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$[L]$ est le vecteur des coordonnées du centre du poignet dans R_0 .

6. Ce vecteur est le MGD

7. Calcul l'orientation d'un repère attaché à la pince par rapport au repère fixe.

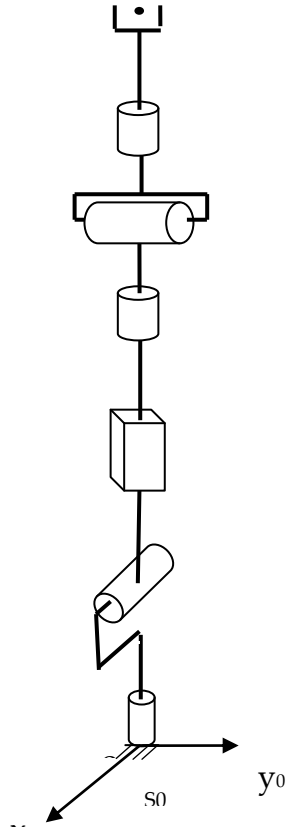
Soit R_p le repère attaché à la pince, comme le montre la figure, on l'a choisi dans la même orientation que R_6 .

Entre R_p et R_6 , il n'y a aucune rotation quelque soit le mouvement du robot. Donc, l'orientation de la pince par rapport au repère R_0 , est la même de R_6 , donnée par la matrice de rotation de la matrice de passage globale, calculée ci-dessus (A^{06}).

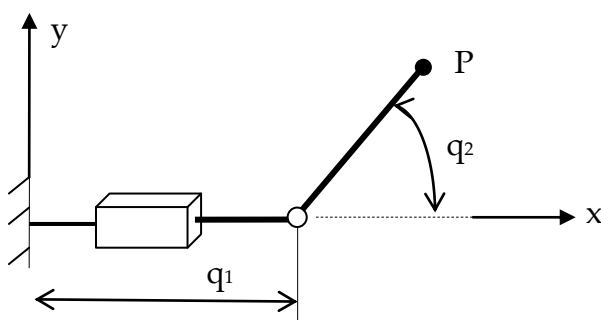
$$T^{0,6} = \prod_{i=1}^{i=6} T^{i-1,i} = \begin{bmatrix} A^{06} & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On compare A^{06} , à la matrice d'Euler (par exemple) pour calculer les 3 angles.

8. Tracer la posture du bras dans la position de P la plus éloignée de la base.



Exo3



1. Calculer le MGD de ce bras

$$\begin{cases} x = q_1 + l \cos(q_2) \\ y = l \sin(q_2) \end{cases}$$

2. On souhaite placer le point P à la position $\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$, calculer les coordonnées articulaires donnant cette position.

$$q_1 = x - l \sqrt{1 - \frac{y^2}{l^2}}$$

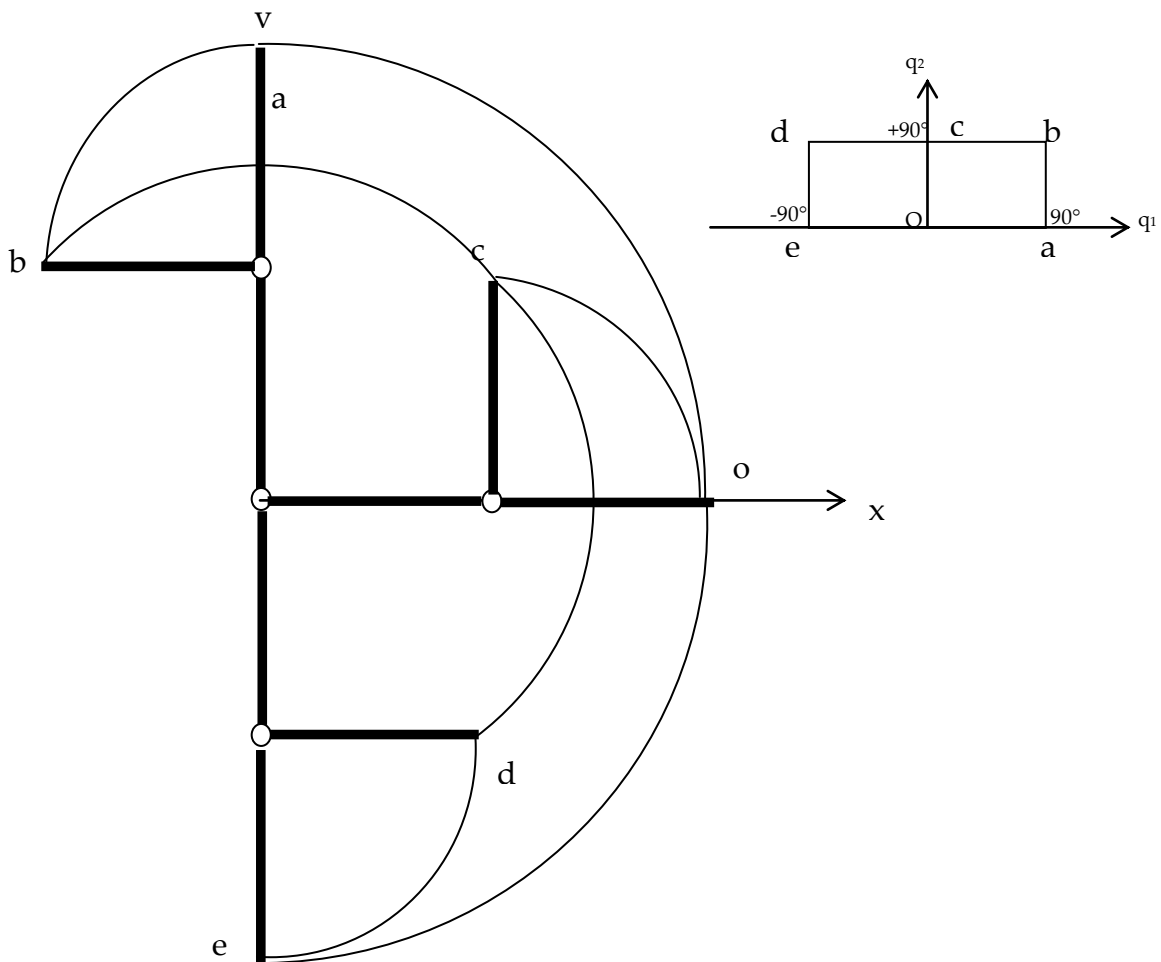
$$q_2 = \arcsin\left(\frac{y}{l}\right)$$

3. Calculer la vitesse de P

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{q}_1 - l \dot{q}_2 \sin(q_2) \\ \dot{y} = l \dot{q}_2 \cos(q_2) \end{cases}$$

4. En cas d'un mouvement uniforme, quelle est la position du bras où la vitesse est maximale et quelle est dans ce cas sa valeur.

à la position $q_2 = \pi/2$ et q_1 en retour vers l'origine o, la vitesse est $\max = \dot{q}_1 - l \dot{q}_2$ avec $\dot{q}_1 < 0$



Il n'y a pas de zones communes entre l'espace de travail des deux zones (oabco) et (ocdeo). Pas de zones de redondance.