

## Corrigé type du contrôle TP

### Exo1

L'énergie transmise par la force extérieure au système pendant une période de temps est donnée par :

$$E_{F(t)} = \int_0^T F(t) \frac{dx}{dt} dt$$

Ou encore  $E_{F(t)} = \pi X F \sin \phi$

Et comme  $F \sin \phi = c \Omega X$ , d'où

$$E_{F(t)} = \pi c \Omega X^2$$

D'un autre côté :

L'énergie dissipée par l'amortisseur :

$$E_{amortisseur} = \int_0^T c \dot{x} \frac{dx}{dt} dt = -\pi c \Omega X^2 \quad (37)$$

Pour la démonstration détaillée, voir les notes de cours page 10.

On peut conclure que sur un cycle de vibration (sur une période), l'énergie fournie par la force extérieure sera dissipée par l'amortissement.

### Application

$$0.13\ddot{x} + 0.32\dot{x} + 9600x = 40 \sin \Omega t.$$

$$X = \frac{F}{\sqrt{(k - m\Omega^2)^2 + c^2\Omega^2}}$$

$$X = \frac{40}{\sqrt{(9600 - 0.13\Omega^2)^2 + 0.32^2\Omega^2}}$$

$$E_{F(t)} \approx E_{amortisseur} = 0.32\pi\Omega X^2 = \frac{512\pi\Omega}{(9600 - 0.13\Omega^2)^2 + 0.32^2\Omega^2}$$

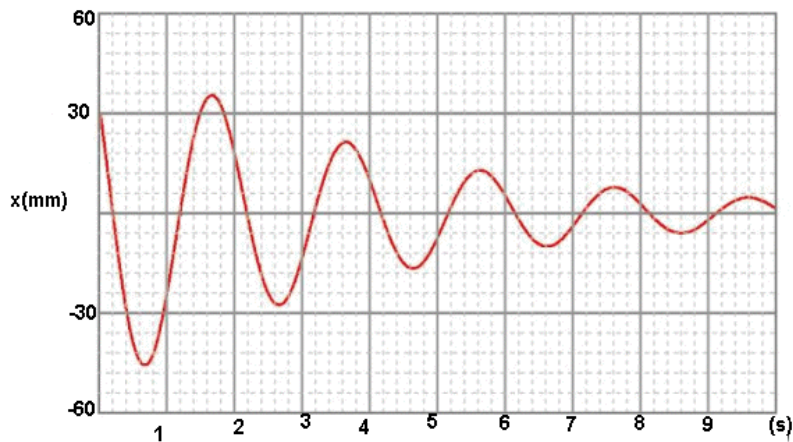
### Exo2

L'équation du mouvement en fonction du facteur d'amortissement et la pulsation propre du système.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \sin \Omega t.$$

$$\ddot{x} + 2\alpha\omega\dot{x} + \omega^2x = \frac{F}{m}\sin \Omega t$$

Calcul graphique de la période d'oscillation



D'après le graphe  $T=2s$

Le décrément logarithmique  $\delta$

D'après les notes de cours :  $\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+nT)}$

à  $t=1.65s$ ,  $x(1.65)=36mm$  et à  $t=1.65+6T$ , ( $n=6$ ), on a  $x(1.65+6T)=7mm$ ,

on calcule  $\delta = \ln \frac{36}{7}=1.64$  et comme  $\delta = 2\pi n\alpha$

Le facteur d'amortissement est donc :

$$\alpha = \frac{\delta}{2\pi n} = \frac{1.64}{12\pi} = 0.043$$

Exo3

On calcule l'expression des nouvelles fréquences du système suspendu.

Ensuite on calcule pour différentes valeurs de  $a$  (exemple : 1,0.5,0.2,0.1,0.02,0.01) le rapport entre les nouvelles fréquences et  $\omega$ . On trouve que  $\frac{\omega_2}{\omega} \approx 1$  pour des valeurs de  $a < 0.1$ .

Donc en suspendant le système par un ressort de raideur faible, le système libre ne change pas de comportement.