2) Analyse de la variance à un facteur (ANOVA one way)

But : C'est un test permet de chercher et de comparer la différence entre plusieurs échantillons (moyennes) quantitatifs.

Ou

C'est un test permet d'étudier l'effet d'un facteur (critère ou variable qualitative) sur une variable quantitative.

Exemple *:* Etude de l'effet de changement de la température (20°C, 25°C et 30°C) sur la hauteur d'une plante.

Principe *:* Leur principe repose sur la comparaison d'un facteur calculé ($F_{calculé}$) ou observé par rapport à un autre facteur théorique (critique ou tabulaire) en fonction de degrés de liberté (v_1 et v_2) et au seuil de signification (α).

Le facteur calculé est donné par la formule suivante :

$F_{calculé}$ = CMF/CMR

CMF : **C**arré **M**oyen lié au **F**acteur, CMR : **C**arré **M**oyen **R**ésiduel

CMF = SCF/v_1 SCF : **S**omme des **C**arrés liés au **F**acteur

$SCF = T^2{}_1/n_1 + T^2{}_2/n_2 + T^2{}_3/n_3 + \ldots\ldots.T^2{}_n/n - T^2/N.$

$T = T_1+T_2+T_3+\ldots..T_n$

N = n1 + n2 + n3 + n.

v_1 = nombre de niveaux – 1

SCT = SCF + SCR

SCT : **S**omme des **C**arrés **T**otaux

SCR : **S**omme des **C**arrés **R**ésiduels

$SCT = \sum x_i + \sum y_i + \sum z_i + \ldots + \sum k_i - T^2/N$

CMR = SCR/v_2

v_2 = nombre de toutes les valeurs – nombre de niveaux.

La valeur de facteur théorique est trouvée dans le tableau théorique de la loi de Fisher en fonction de deux critères ;

- Le seuil de signification (α) ;
- Les degrés de liberté v_1 et v_2.

La comparaison donne généralement deux cas :

- $F_{calculé} \geq F_{critique}$ ⟹ Il existe une différence significative entre les moyennes ;
- $F_{calculé} < F_{critique}$ ⟹ Il existe une différence non significative entre les moyennes.

Exercice d'application

Un essai comparatif de la teneur en azote dans trois variétés de blé, les résultats sont représentés dans le tableau suivant :

Les 3 variétés possèdent les mêmes teneurs en azote pour α = 5%.

V1	**V2**	**V3**
12	16	20
14	18	21
13	17	21

Solution

Caractéristiques

teneur

	N	Moyenne	Ecart type	Erreur standard	Intervalle de confiance à 95 % pour la moyenne		Minimum	Maximum
					Borne inférieure	Borne supérieure		
1,00	3	13,0000	1,00000	,57735	10,5159	15,4841	12,00	14,00
2,00	3	17,0000	1,00000	,57735	14,5159	19,4841	16,00	18,00
3,00	3	20,6667	,57735	,33333	19,2324	22,1009	20,00	21,00
Total	9	16,8889	3,40751	1,13584	14,2696	19,5081	12,00	21,00

ANOVA

Teneur

	Somme des carrés	ddl	Carré moyen	F	Sig.
Inter-groupes	88,222	2	44,111	56,714	,000
Intragroupes	4,667	6	,778		
Total	92,889	8			

Conclusion

Il existe une différence significative entre les trois variétés, la troisième variété possède la teneur la plus élevée en azote.

Variables qualitatives

1) Test Khi-deux ou Chi-carré

But : C'est un test permet de chercher et de comparer la différence entre deux variables qualitatives.

Principe : Leur principe repose sur la comparaison d'une valeur de $\chi^2_{calculé}$ par rapport à une autre valeur de $\chi^2_{théorique}$ en fonction de degrés de liberté (*v*). Le *v* = (nbr de colonnes -1) × (nbr de lignes -1).

Le test Khi-deux est noté par χ^2 et donné par formule suivante :

$\chi^2_{calculé} = \Sigma$ (Effectifs observés$_i$ – Effectifs calculés$_i$)^2 / Effectifs calculés$_i$ ou $\boldsymbol{\chi^2_{calculé} = \Sigma (O_i - C_i)^2 / C_i}$

Exemple

L'efficacité de deux traitement A et B a été testée vis-à-vis deux lots de 40 animaux, l'un soumis à A et l'autre à B. les résultats sont les suivants :

Effectifs observés	**Succès**	**Echec**	Total
Traitement A	17	23	40
Traitement B	25	15	40
Total	42	38	80

Testez l'efficacité de deux traitements au seuil α = 5%.

Solution

Méthode de calcul des effectifs calculés

Effectif calculé de (17) = Somme de ligne (40) × Somme de la colonne (42) / La somme totale (80) = **21**

1/ Calculer les effectifs théoriques (appelés également attendus ou calculés)

Effectifs calculés ou théoriques	**Succès**	**Echec**	Total
Traitement A	21	19	40
Traitement B	21	19	40
Total	42	38	80

On a $\chi^2_{calculé} = \Sigma (O_i - C_i)^2 / C_i = (17-21)^2/21 + \ldots\ldots\ldots + (15-19)^2/19 =$ **3,2**.

La valeur de $\chi^2_{calculé}$ doit être comparée à la valeur critique de Khi-deux (sur la table) au seuil α = 0,05 : si $\chi^2_{calculé}$ est supérieur ou égale au $\chi^2_{théorique}$, on considère la différence significative.

Pour α = 0,05 et ddl = (2-1) × (2-1) = 1 on a $\chi^2_{théorique} =$ **3,84**.

On a $X^2_{cal.}$ (3.2) < $X^2_{thé.}$ (3,84) implique il existe une différence non significative ou pas de relation entre les deux variables type de traitement et guérison.

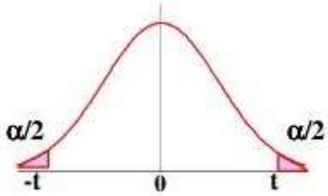
Conclusion

Les deux traitements ont la même efficacité au seuil $\alpha = 5\%$.

Tables statistiques

Table de t (lois de Student)*

La table donne la probabilité α pour que t égale ou dépasse, en valeur absolue, une valeur donnée, en fonction du nombre de degrés de liberté (d.d.l.).



ddl / α	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,001
1	0,158	1,000	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	636,619
2	0,142	0,816	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,598
3	0,137	0,765	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,134	0,741	1,190	1,553	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,132	0,727	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,131	0,718	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,130	0,711	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,130	0,706	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,129	0,703	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,129	0,700	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,129	0,697	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,128	0,695	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,128	0,694	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,128	0,692	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,128	0,691	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,128	0,690	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,128	0,689	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,956
18	0,127	0,688	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,127	0,688	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,127	0,687	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,127	0,686	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,127	0,686	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,127	0,685	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,767
24	0,127	0,685	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,127	0,684	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,127	0,684	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,127	0,684	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,690
28	0,127	0,683	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,127	0,683	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,659
30	0,127	0,683	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
+ ∞	0,126	0,674	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

Exemple : avec d. d. l. = 10, pour t = 2,228, la probabilité est α = 0,05

*(d'après Fisher et Yates, Statistical tables for biological, agricultural, and medical research (Oliver and Boyd, Edinburgh) avec l'aimable autorisation des auteurs et des éditeurs)

Table de Fisher (Test Anova à un facteur) $\alpha = 0,05$

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	>25
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	238.9	243.9	249.0	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.84	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.74	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.40
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.50	2.30
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.77	2.60	2.42	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.08	2.64	2.53	2.38	2.20	2.00	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.73
25	4.24	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.71
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.30	2.13	1.93	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.29	2.12	1.91	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.28	2.10	1.90	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.02	1.83	1.61	1.25
>120	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.10	1.94	1.75	1.52	1.00

Table Khi-deux

Loi du χ^2

$1-\alpha$	**0,001**	**0,005**	**0,01**	**0,025**	**0,05**	**0,1**	**0,5**	**0,9**	**0,95**	**0,975**	**0,99**	**0,995**	**0,999**
α	**0,999**	**0,995**	**0,99**	**0,975**	**0,95**	**0,9**	**0,5**	**0,1**	**0,05**	**0,025**	**0,01**	**0,005**	**0,001**
ν = ddl													
1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,45	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,83
2	0,00	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60	13,82
3	0,02	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	2,37	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84	16,27
4	0,09	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	3,36	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86	18,47
5	0,21	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	4,35	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75	20,51
6	0,38	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	5,35	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46
7	0,60	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	6,35	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32
8	0,86	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	7,34	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12
9	1,15	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	8,34	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88
10	1,48	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	9,34	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59