

Serie de TD n^o1- Intégrales Indéfinies

Exercice 1 Montrer que :

- $\int \sqrt[n]{x^m} dx = \frac{n}{m+n} x^{\frac{m+n}{n}} + C,$
- $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx = \frac{2}{5}(\sqrt{x})^5 + x + C,$
- $\int \frac{\sqrt{x-x^3}e^x+x^2}{x^3} dx = C - \frac{2}{3x\sqrt{x}} - e^x + \ln|x|,$
- $\int \frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x} dx = \frac{1}{2} \tan x + \frac{1}{2}x + C,$
- $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C.$

En utilisant la table des intégrales, calculer :
 $\int \frac{(1+2x^2)}{x^2(1+x^2)} dx, \int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x}$ et $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx.$

Exercice 2 A l'aide d'un changement de variable, calculer :

- $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$
- $\int \frac{x^3}{\sqrt{x-1}} dx$
- $\int \frac{4x+3}{(x-2)^3} dx$
- $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$
- $\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}} dx$

Exemples supplémentaires : $\int \frac{\sqrt{x}}{x(x+1)} dx, \int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}},$
 $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}} dx, \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx, \int \frac{dx}{\sqrt{e^x+1}}$ et $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x \ln x} dx,$
 $\int \frac{\ln \tan x}{\sin x \cos x} dx.$

Exercice 3 En intégrant par parties, calculer :

- $\int x^n \ln x dx \quad (n \neq -1)$
- $\int \arccos x dx$
- $\int \arctg \sqrt{x} dx$
- $\int x \cos^2 x dx$

Exemples supplémentaires $\int \frac{x \arctg x}{\sqrt{1+x^2}} dx, \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx,$
 $\int \ln(x^2 + 1) dx, \int \frac{x^2 dx}{(1+x^2)^2}, \int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ et $\int x^2 e^{-x} dx.$

Exercice 4 A l'aide de la méthode de décomposition des fonctions rationnelles en éléments simples, calculer les intégrales suivantes :

- $\int \frac{xdx}{(x+1)(2x+1)}$
- $\int \frac{xdx}{2x^2-3x-2}$
- $\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x+3)(x-4)} dx$

$$4. \int \frac{dx}{6x^3-7x^2-3x}$$

$$5. \int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx$$

Exemples supplémentaire $\int \frac{x^3-1}{4x^3-x} dx, \int \frac{32x dx}{(2x-1)(4x^2-16x+15)},$
 $\int \frac{xdx}{x^4-3x^2+2}$ et $\int \frac{(2x^2-5)dx}{x^4-5x^2+6}.$

Exercice 5 Calculer les intégrales de fonctions irrationnelles suivantes :

- $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$
- $\int \frac{1-\sqrt{x+1}}{1+\sqrt[3]{x+1}} dx$
- $\int \frac{dx}{x(1+2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}$
- $\int \frac{dx}{(1+\sqrt[4]{x})^3 \sqrt{x}}$

Exemples supplémentaires $\int \frac{x\sqrt[3]{2+x}}{x+\sqrt[3]{2+x}} dx, \int \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} dx,$
 $\int \frac{dx}{x(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x^2})}$ et $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+2\sqrt[4]{x}}$

Exercice 6 Calculer les intégrales suivantes en indiquant la méthode utilisée :

- $\int (x+1)\sqrt{x^2+2x} dx$
- $\int x \sin x \cos x dx$
- $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
- $\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$
- $\int \frac{2x^3+4x^2+x+2}{(x-1)^2(x^2+x+1)} dx$
- $\int \frac{2x^5-3x^2}{1+3x^3-x^6} dx$