Université de Batna 2
Faculté de Mathématiques et de l'Informatique
Département de Mathématiques
3$^{\text{ème}}$ année Licence -2020/2021-

TD1 Module EPM.

Exercice 1.

Déterminer les propriétés des équations différentielles aux dérivées partielles suivantes (linéarité, ordre, homogéniété)

1- $yu_x + xyu_{xy}^2 + u_{xxx} = u$
2- $u_{xx} + uu_x + xu_{yy} - xu = 0$
3- $u_{tt} - c^2u_{xx} + au_t + bu = 0$ équation du télégraphiste.
4-$u_t + f(u)u_x = u_{xx}$ équation de Burgers généralisée avec dissipation.
5-$u_t + f(u)u_x = 0$ équation de Burgers généralisée sans dissipation.
6-$u_{tt} - \Delta u = f(x)$ équation des ondes.
7-u_t+ $uu_x + u_{xxx} = 0$ équation de Kortweg-De Vries.
8-$\left(1 + u_y^2\right) u_{xx} - 2u_yu_xu_{xy} + \left(1 + u_x^2\right) u_{yy} = 0$ équation de surface minimale.
9-$(u_{xx} - u_{yy})^2 + u_{xy} - c = 0$
10-$u_{tt} + a^2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$
11-$u_t = k\Delta u + q$ équation de la chaleur.
12- $u_{xx} + u_{yy} = 0$ équation de Laplace.

Exercice 2.

Soit l'EDP suivante:

$$u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$$

Trouver une solution générale à cette EDP en posant $u(x, y) = \sin(ax + by)$ où a et b sont des constantes arbitraires.

Exercice 3.

1- Résoudre l'EDP suivante: $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = e^x y$, en posant $v(x, y) = \frac{\partial u}{\partial y}$ puis en intégrant successivement par rapport à x puis par rapport à y.

Trouver une solution particulière vérifiant:

$$u(x, 0) = x,\ u(1, y) = \sin y$$

2- Résoudre l'EDP: $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} = y^3x^2$.

Trouver une solution particulière vérifiant:

$$u(x, 0) = x^2 \text{ et } u(2, y) = e^y.$$