Montrons que $P(x,y) = 2x(1-y)$ est harmonique.

On : $\dfrac{\partial P}{\partial x} = 2(1-y)$ et $\dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0$

$\dfrac{\partial P}{\partial y} = -2x$ et $\dfrac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0$

donc $\dfrac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0$

d'où P est harmoni-que.

Déterminons $\varphi = \varphi(x,y)$ pour que $f = P + i\varphi$ soit analytique.

Les équations de Cauchy-Riemann s'écrivent :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} = 2(1-y) \quad \cdots \; (1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial y} = 2x \quad \cdots \; (2)$$

En intégrant (1) par rapport à y, x étant constant, il vient :