

Cette équation est de la forme :

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$$

Donc l'image par f de l'ensemble des cercles centrés à l'origine est l'éllipse de l'équation

$$\frac{X^2}{\alpha^2} + \frac{Y^2}{\beta^2} = 1.$$

Exercice 3

a) montrons que :

$$|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2)$$

on a :

$$\begin{aligned} |z_1 + z_2|^2 &= (z_1 + z_2) \overline{(z_1 + z_2)} \\ &= (z_1 + z_2) (\bar{z}_1 + \bar{z}_2) \\ &= z_1 \bar{z}_1 + z_1 \bar{z}_2 + z_2 \bar{z}_1 + z_2 \bar{z}_2 \\ &= |z_1|^2 + z_1 \bar{z}_2 + \overline{z_1 \bar{z}_2} + |z_2|^2 \\ &= |z_1|^2 + |z_2|^2 + 2 \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2) \end{aligned}$$

de la même façon, on obtient :

$$|z_1 - z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 - 2 \operatorname{Re}(z_1 \bar{z}_2).$$