2) la fonction $f(z) = \frac{1}{\sin z}$

est continue en tout point $z \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

3) pour $g(z) = \begin{cases} \frac{z^2 + iz + 2}{z - i} & \text{si } z \neq i \\ 3i & \text{si } z = i \end{cases}$

étudions la continuité au point $z = i$

on a $\lim_{z \to i} g(z) = \lim_{z \to i} \frac{z^2 + iz + 2}{z - i}$

$$= \lim_{z \to i} \frac{(z - i)(z + 2i)}{z - i}$$

$$= \lim_{z \to i} z + 2i$$

$$= 3i = f(i)$$

$g$ est continue en $z = i$.

Donc $g$ est continue sur $\mathbb{C}$.

<u>Exercice 5</u>

On a par définition : $\frac{d}{dz} f(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z}$

pour $f(z) = \bar{z}$, si cette limite existe indépendamment

2) la fonction $f(z) = \frac{1}{\sin z}$

est continue en tout point $z \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

3) pour $g(z) = \begin{cases} \frac{z^2 + iz + 2}{z - i} & \text{si } z \neq i \\ 3i & \text{si } z = i \end{cases}$

étudions la continuité au point $z = i$

on a $\lim_{z \to i} g(z) = \lim_{z \to i} \frac{z^2 + iz + 2}{z - i}$

$$= \lim_{z \to i} \frac{(z - i)(z + 2i)}{z - i}$$

$$= \lim_{z \to i} z + 2i$$

$$= 3i = f(i)$$

$g$ est continue en $z = i$.

Donc $g$ est continue sur $\mathbb{C}$.

Exercice 5

On a par définition : $\frac{d}{dz} f(z) = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{f(z + \Delta z) - f(z)}{\Delta z}$

pour $f(z) = \bar{z}$, si cette limite existe indépendamment