Exercice 6

a) $f(z) = z^2 = (x+iy)^2$

$= x^2 + 2ixy + (iy)^2$

$= x^2 - y^2 + i\,2xy$

$= P(x,y) + i\,Q(x,y)$

où $P(x,y) = x^2 - y^2$ et $Q(x,y) = 2xy$

② remarquons que les dérivées partielles existent et sont continues, reste à examiner les équations de Cauchy-Riemann.

On a :

② $\frac{\partial P}{\partial x} = 2x$ et $\frac{\partial Q}{\partial y} = 2x$

donc $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}$

et : $\frac{\partial Q}{\partial x} = 2y$, $\frac{\partial P}{\partial y} = -2y$

donc $\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial y}$