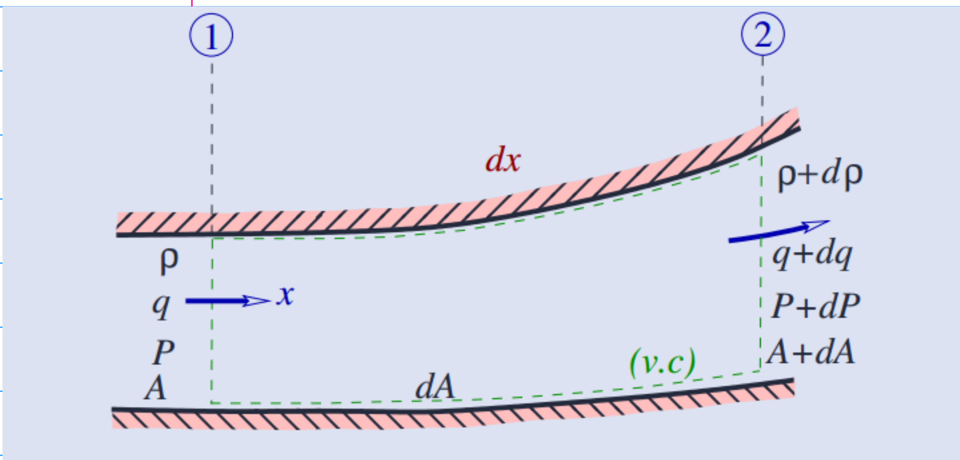
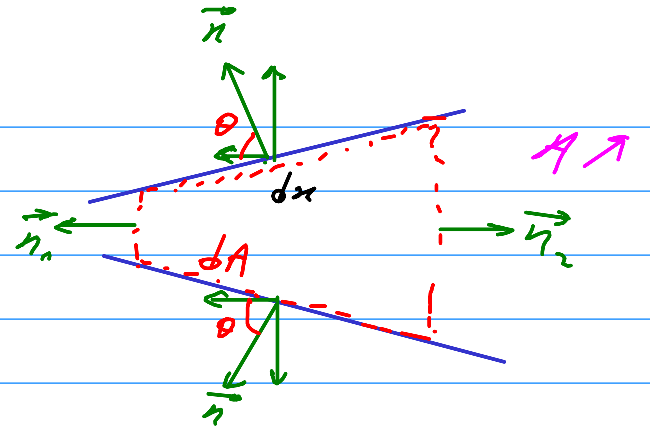
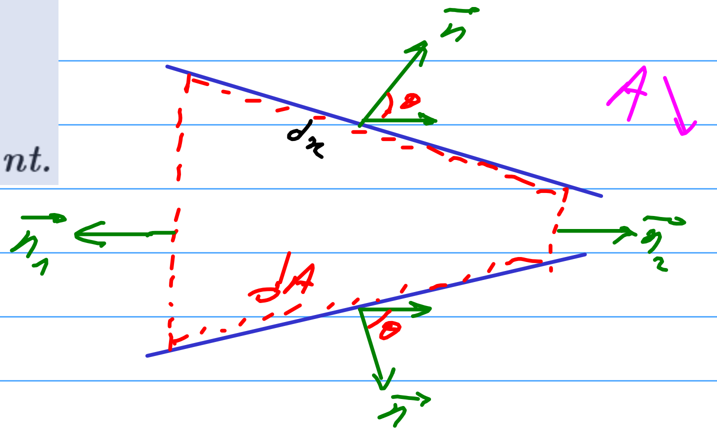


FIGURE 2.2: ***Equation de quantité de mouvement.***





1er Cas: $A \nearrow$

Equation de quantité de Mvt:

$$\frac{\partial}{\partial t}=0 \; ; \; f_v=0 \text{ et } R=0$$

$$\Rightarrow \int_{S.C} \rho\, \vec{q}\,(\vec{q}\cdot\vec{n})\, dA = -\int_{S.C} P.\vec{n}\, dA$$

$$\Rightarrow \int_{A_1} \rho_1 \vec{q}_1(\vec{q}_1\cdot\vec{n}_1)\, dA + \int_{A_2} \rho_2 \vec{q}_2(\vec{q}_2\cdot\vec{n}_2)\, dA = -\int_{A_1} P_1.\vec{n}_1\, dA - \int_{A_2} P_2.\vec{n}_2\, dA - \int_{A} P.\vec{n}\, dA$$

Produit scalaire : $\vec{q}_1\cdot\vec{n}_1 = -q_1$; $\vec{q}_2\cdot\vec{n}_2 = q_2$

Projection : $\vec{q}_1 \to q_1$; $\vec{q}_2 \to q_2$; $\vec{n}_1 \to -1$; $\vec{n}_2 \to 1$; $\vec{n} \to -\cos\theta$

$$\Rightarrow \rho_1 q_1(-q_1)A_1 + \rho_2 q_2(q_2)A_2 = -P_1(-1)A_1 - P_2(1)A_2 - P(-\cos\theta).dA$$

$$= P_1 A_1 - P_2 A_2 + P\cos\theta.dA$$

Comme $(V.C) \lll \rightarrow dA \lll \rightarrow \theta \lll \Rightarrow \cos\theta = 1$

$\theta \rightarrow 0 \Rightarrow \cos\theta \rightarrow 1$

$2^{ème}$ Cas : $A \searrow$

Produit scalaire : $\vec{q}_1 \cdot \vec{n}_1 = -q_1$; $\vec{q}_2 \cdot \vec{n}_2 = q_2$

Projection : $\vec{q}_1 \rightarrow q_1$; $\vec{q}_2 \rightarrow q_2$; $\vec{n}_1 \rightarrow -1$; $\vec{n}_2 \rightarrow 1$; $\vec{n} \rightarrow \cos\theta$

$$\Rightarrow \rho_1 q_1 (-q_1) A_1 + \rho_2 q_2 (q_2) A_2 = -P_1(-1)A_1 - P_2(1)A_2 - P \cdot \cos\theta \cdot dA$$
$$= P_1 A_1 - P_2 A_2 + P\cos\theta \cdot dA$$

$$\Rightarrow -\rho_1 q_1^2 A_1 + \rho_2 q_2^2 A_2 = P_1 A_1 - P_2 A_2 - P\,dA \qquad \left(P = \frac{P_1 + P_2}{2}\right)$$

Attention : Dans ce $2^{ème}$ cas nous avons $A \searrow$ donc

$$\rho_1 = \rho \;;\; q_1 = q \;;\; P_1 = P \;;\; A_1 = A$$

$$\rho_2 = \rho - d\rho \;;\; q_2 = q - dq \;;\; P_2 = P - dP \;;\; A_2 = A - dA$$

En effectuant les calculs, on trouve la même chose !

Il faut respecter le sens d'évolution des paramètres

$$PA + \rho q^2 A - P\,dA = (P - dP)(A - dA) + (\rho - d\rho)(q - dq)(A - dA)$$

$$= PA - A\,dP - P\,dA + (\rho - d\rho)(q^2 - 2q\,dq)(A - dA)$$

$$= PA - A\,dP - P\,dA + (\rho q^2 - q^2 d\rho - 2\rho q\,dq)(A - dA)$$

$$\cancel{PA} + \cancel{\rho q^2 A} - \cancel{P\,dA} = \cancel{PA} - A\,dP - \cancel{P\,dA} + \cancel{\rho q^2 A} - A q^2 d\rho - 2\rho q A\,dq - \rho q^2 dA$$

$/ \rho A$

$$0 = -\frac{dP}{\rho} - q^2 \frac{d\rho}{\rho} - 2q\,dq - q^2 \frac{dA}{A}$$

$\times(-1)$ $\longrightarrow$ m̂ chose que le 1^er cas.