

**Examen de Méthodes Numériques Approfondies –Master M1EN**

**N.B :** Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

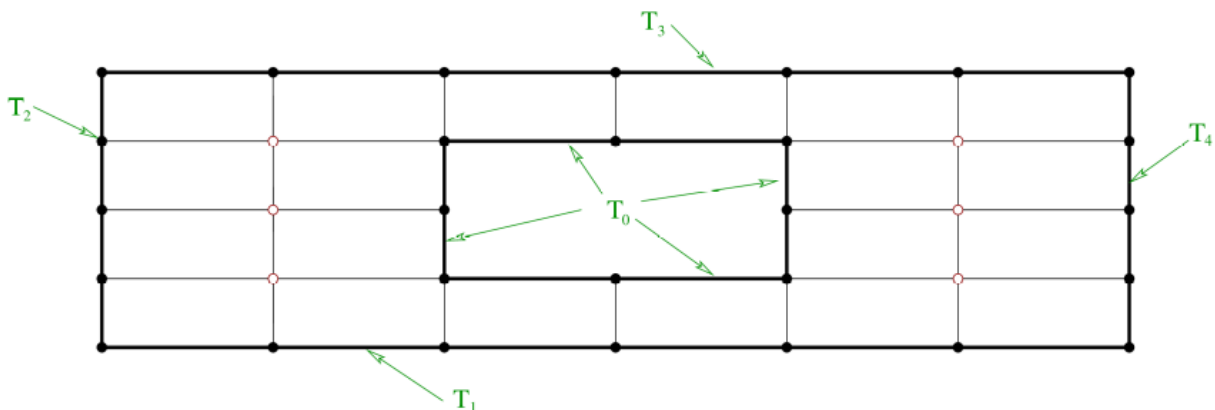
**Exercice N° 1:** (3 points) Soit l' EDP suivante : 
$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial x} .$$

- 1- Classifier cette EDP.
- 2- Discrétiser le terme spatial par une approximation décentrée arrière d'ordre 2 et le terme temporel par une approximation décentrée avant d'ordre 1.
- 3- Discrétiser le terme spatial par une approximation centrée et le terme temporel par une approximation décentrée arrière d'ordre 2.

**Exercice N° 2:** (5 points) Considérer le schéma de Crank-Nicholson appliqué à l'équation de la chaleur et déterminer son facteur amplification puis étudier sa stabilité (prendre:  $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$  ).

**Exercice N° 3:** (12 points) Obtenir la forme matricielle pour l'équation de Laplace appliquée à la plaque ( $54 \times 12 \text{ cm}^2$ ) ci-dessous en utilisant le schéma à 5 points avec  $\beta = \frac{\Delta x^2}{\Delta y^2}$  .

On donne :  $T_0 = 10^\circ\text{C}$ ,  $T_1 = 50^\circ\text{C}$ ,  $T_2 = 20^\circ\text{C}$ ,  $T_3 = 10^3 \text{ x}^2$ ,  $T_4 = 2.10^3 \text{ y}$ .



Bonne chance