

Examen de Méthodes Numériques Approfondies –Master M1EN

N.B : Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

Exercice N° 1: (14 points) Soit l' EDP suivante :
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial T}{\partial x} .$$

- 1- Classer cette EDP.
- 2- Discrétiser le premier terme par une approximation décentrée arrière d'ordre 1, le second terme par une approximation centrée et le dernier terme par une approximation décentrée arrière d'ordre 2.
- 3- En posant $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$, écrire l'équation discrétisée.
- 4- Dessiner les cellules correspondantes pour β et Δx quelconques puis pour $\beta = 2$ et $\Delta x = 2$. Cette équation est appliquée à une plaque rectangulaire discrétisée par 3 divisions suivant x et 4 suivant y. Cette plaque est soumise aux conditions aux limites suivantes :
 $T_g = 100 ; \quad T_d = 3y + 10 ; \quad T_b = 40 ; \quad T_h = 2x + 30.$
- 5- Faire le schéma détaillé du problème.
- 6- Ecrire les équations nécessaires à la résolution de ce problème ($\beta = 2$ et $\Delta x = 2$).
- 7- Déterminer la forme matricielle de ce problème.
- 8- Que pensez-vous de ce schéma de discrétisation. Justifier votre réponse.

N.B : On suppose que toutes les variables sont adimensionnelles.

Exercice N° 2: (6 points) Considérons l'équation d'onde unidimensionnelle :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

- 1- Discrétiser cette équation par des approximations centrées puis écrire l'équation discrétisée en posant ($\lambda = c \frac{\Delta t}{\Delta x}$).
- 2- Ce schéma est-il explicite ou implicite ? Justifier.
- 3- Déterminer son facteur d'amplification en utilisant l'analyse de Von-Neumann.

Bonne chance