

Examen de Méthodes Numériques Approfondies - Master M1EN

N.B : *Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.*

Chaque étudiant doit utiliser son propre matériel.

Exercice N° 1: (12 pnts)

Soit l'EDP suivante :
$$5 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial T}{\partial t} = 0.$$

- 1- Classifier cette EDP en justifiant votre réponse.
- 2- Discrétiser le terme temporel par une approximation décentrée avant d'ordre 1 et le terme spatial par une approximation centrée au temps n .
- 3- Ecrire l'équation discrétisée en posant $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$.
- 4- Ce schéma est-il explicite ou bien implicite ? Justifier.
- 5- En utilisant l'analyse de Von-Neumann, étudier la stabilité de ce schéma.
- 6- Ecrire la forme matricielle de ce problème en supposant qu'il s'applique à une barre , de très faible section soumise aux conditions aux limites de Dirichlet T_g et T_d respectivement à ses extrémités gauche et droite (préciser les bornes pour i et n).

Exercice N° 2: (09 pnts)

Obtenir la forme matricielle pour l'équation de Laplace appliquée à une plaque rectangulaire en utilisant le schéma à 5 points ($\beta = 1$). Cette plaque est divisée en 4 divisions selon sa largeur et 3 selon sa hauteur. Elle est soumise aux températures suivantes :

$$T_g = 20 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_d = 60 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_b = 10 \text{ }^\circ\text{C}, \quad T_h = 100 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Bonne chance