Examen de Méthodes Numériques Appliquées I – Master M1EN

N.B : *Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.*

Exercice N° 1: (7 points)

Soit l'équation de la chaleur 1D définie par:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$$0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad t > 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0,t) = \alpha \quad , \quad T(L,t) = \beta \quad , \quad T(x,0) = \gamma$$

En considérant le schéma explicite d'Euler et en discrétisant la C.L par un schéma décentré avant d'ordre 2, déterminer la forme matricielle de ce problème.

Exercice N° 2: (6 points)

En utilisant la méthode de séparation de variables, déterminer la solution du problème suivant :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \qquad 0 \leq x \leq 1 \quad \text{et} \quad 0 \leq y \leq 2$$

Avec les conditions aux limites :

$$T(0,y) = 0 \quad , \quad T(1,y) = 0 \quad , \quad T(x,0) = 0 \quad , \quad T(x,2) = 1/2\,.$$

Exercice N° 3: (7 points)

Déterminer la forme matricielle pour l'équation de Laplace appliquée à une plaque ($N_x = N_y = 4$) en utilisant le schéma à 5 points et en discrétisant les (C.L) de Neumann par des schémas centrés.

On donne :

$$\Delta x = 2, \quad T_b = 100°C, \quad T_h = 40°C, \quad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_g = 10 \quad et \quad \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_d = 20.$$

Bonne chance