

Filière Mécanique - Master Energétique (M1EN)Examen: Méthodes Numériques Appliquées II

N.B : Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 45 mn.

Exercice N° 1: (10 points)

Un large four industriel est supporté par une colonne en brique de forme carré de côté L , de faible épaisseur e et de conductivité thermique k . Cette colonne est soumise à une température constante T_0 sur les faces Est, Ouest et Nord. La face sud est refroidie par un courant d'air à une température T_∞ et un coefficient de transfert convectif h . En considérant l'équation ci-dessous et en discrétisant la colonne par volumes finis en 4 (v.c) égaux, déterminer le système d'équations algébriques à résoudre pour ce problème. On donne :

$k = 100 \text{ W/m}^\circ\text{K}$; $L = 1 \text{ m}$; $e = 10 \text{ mm}$; $T_0 = 500 \text{ }^\circ\text{K}$; $T_\infty = 300 \text{ }^\circ\text{K}$; $h = 10 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{K}$.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) - n^2 (T - T_\infty) = 0 \quad \text{Avec} \quad n^2 = \frac{h \cdot P}{k \cdot A_c}$$

P et A_c sont respectivement le périmètre et l'aire de la surface convectée.

Exercice N° 2: (10 points)

La variable ϕ est transportée par convection-diffusion à travers le domaine 1D de longueur L avec les (C.L) suivantes : $\phi'(0) = 0$ et $\phi(L) = \phi_L = 1$. En utilisant 3 (v.c) égaux et le schéma Upwind pour le terme convectif, déterminer la forme matricielle du problème et calculer les valeurs de ϕ aux différents nœuds.

On donne : $F_w = F_e = F = \rho u A = -0.2$ et $D_w = D_e = D = \frac{\Gamma A}{\delta x} = 0.4$

Schéma Upwind :

$$\begin{cases} \phi_w = \phi_W & \text{si } F_w > 0 \\ \phi_w = \phi_P & \text{si } F_w < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \phi_e = \phi_P & \text{si } F_e > 0 \\ \phi_e = \phi_E & \text{si } F_e < 0 \end{cases}$$

N.B : Tous les coefficients (a_{nb} , a_p , S_p et S_u) doivent être explicités pour chaque nœuds.

Bonne chance