

## Examen: Outils numériques (Licence Génie Energétique)

**N.B :** Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

### Exercice N° 1: (2 points)

Classer les EDP suivantes (parabolique, hyperbolique ou elliptique) :

1.  $4 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3u = 0.$
2.  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(t)$

### Exercice N° 2: (5 points) Soit le schéma de discrétisation de l'équation de la chaleur :

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \left[ \frac{1}{3}(T_{i-1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}) + \frac{2}{3}(T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n) \right]$$

- 1- Ce schéma est-il explicite ou implicite ? Justifier.
- 2- Déterminer le facteur d'amplification de ce schéma ( $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ ).

### Exercice N° 3: (2 points) Dire si le schéma est explicite ou implicite :

1.  $2u_{i,j} + u_{i+1,j} - u_{i-1,j} = 0$
2.  $T_i^{n+1} - T_i^{n-1} + \lambda (T_{i+1}^n - T_{i-1}^n) = 0$

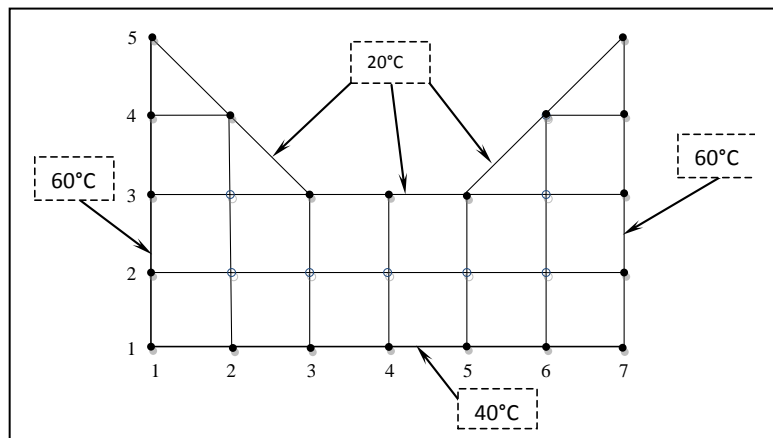
### Exercice N° 4: (4 points) Soit l'équation de la chaleur : $\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$

On demande de la discrétiser par :

1. Un schéma centré d'ordre 2 en temps et décentré avant d'ordre 1 en espace.
2. Un schéma décentré arrière d'ordre 1 en temps et d'ordre 2 en espace.

### Exercice N° 5: (7 points)

En appliquant le schéma de discrétisation à 5 points pour l'équation de Laplace, écrire la forme matricielle:  $A.T = B$  pour le problème de la figure ci-contre.



*Bonne chance*

	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$
$hf'(x)$	-1	+1			
$h^2 f''(x)$	+1	-2	+1		

Tab.1- Approximation décentrée en avant en  $O(h)$ .

	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$hf'(x)$				-1	+1
$h^2 f''(x)$			+1	-2	+1

Tab.2- Approximation décentrée en arrière en  $O(h)$ .

	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$
$2hf'(x)$	-3	+4	-1			
$h^2 f''(x)$	+2	-5	+4	-1		

Tab.3- Approximation décentrée en avant en  $O(h^2)$ .

	$f(x-5h)$	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$2hf'(x)$				+1	-4	+3
$h^2 f''(x)$			-1	+4	-5	+2

Tab.4- Approximation décentrée en arrière en  $O(h^2)$ .

	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$
$2hf'(x)$		-1	0	+1	
$h^2 f''(x)$		+1	-2	+1	

Tab.5- Approximation centrée en  $O(h^2)$ .