Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département de Mécanique

Post-Graduation

Université de Batna

Rattrapage de Mécanique des Fluides

N.B : *Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 heure 30 mn.*

On donne les équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques :

- Suivant la direction radiale (r):

$$\frac{Du_r}{Dt} - \frac{v_\theta^2}{r} = f_r - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu(\nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta})$$

- Suivant la direction tangentielle (θ):

$$\frac{Dv_\theta}{Dt} + \frac{u_r v_\theta}{r} = f_\theta - \frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu(\nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2})$$

- Suivant la direction axiale (z):

$$\frac{Dw_z}{Dt} = f_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w_z$$

Avec:

- Composantes du vecteur vitesse en coordonnées cylindriques: $\vec{q} = \vec{q}(u_r, v_\theta, w_z)$
- Dérivée particulaire d'une fonction f quelconque:

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + w_z \frac{\partial f}{\partial z}$$

- Laplacien d'une fonction f quelconque:

$$\nabla^2 f \equiv \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

- Equation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} = 0$$

On considère l'écoulement permanent d'un liquide incompressible homogène et visqueux dans une couronne comprise entre deux cylindres de révolution immobiles, infinis et coaxiaux de rayons respectifs R_1 pour le cylindre intérieur et R_2 pour le cylindre extérieur. Les deux cylindres étant disposés horizontalement et en supposant que l'écoulement est stationnaire et axi-symétrique :

1- Simplifier les équations ci-dessus dans ce cas d'écoulement en justifiant toutes vos réponses et écrire les conditions aux limites correspondantes.

2- La composante axiale du gradient de pression est maintenue constante et est notée P_z, trouver l'expression du profil des vitesses ainsi que le champ de pression (on prendra P_0 comme pression de référence).

3- Déterminer la vitesse maximale dans l'écoulement et tracer le profil des vitesses.

4- Déterminer la vitesse débitante dans l'écoulement..

5- Déterminer la contrainte pariétale.

6- Déterminer la perte de charge linéaire sur une longueur *L* de la conduite.

7- Calculer le nombre de Reynolds et donner son interprétation physique.

♦

Bonne chance