Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département de Mécanique

Post-Graduation

Université de Batna

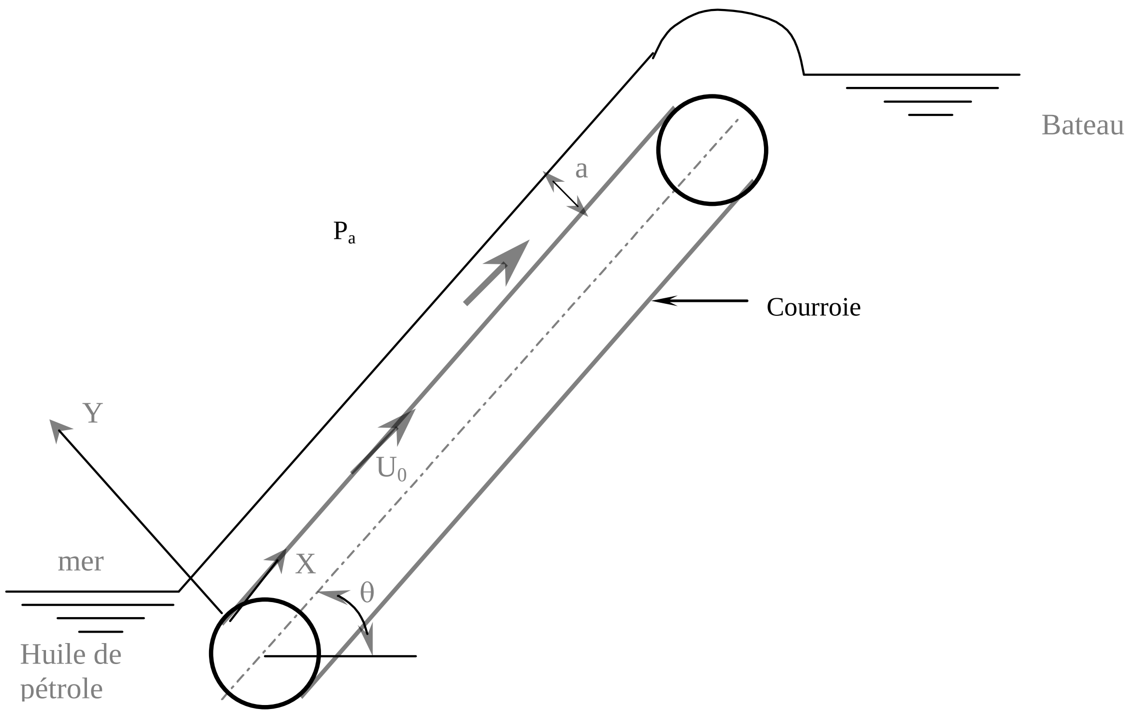
Contrôle des connaissances de Mécanique des Fluides

N.B : *Aucun document n'est autorisé. Durée : 3 heures.*
Les parties A et B sont indépendantes (3 feuilles).

Partie A :

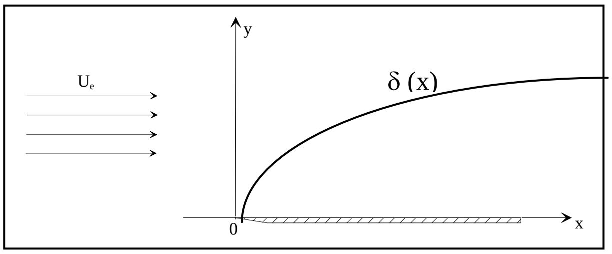
Un dispositif convoyeur-courroie monté sur un bateau est utilisé pour récupérer de l'huile de pétrole de viscosité cinématique ν qui contamine la surface de la mer (voir figure). On suppose que l'écoulement est permanent, incompressible, visqueux et que le dispositif fonctionne en continu c-à-d que le film d'huile d'épaisseur **a** n'est pas discontinu. On suppose, de plus, que la courroie, fonctionnant à une vitesse $\mathbf{U_0}$ constante, a une largeur **L** (perpendiculaire au papier) très grande à l'air libre.

1- Ecrire les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible et visqueux en coordonnées cartésiennes et définir chacun des termes présents dans ces équations.
2- Simplifier ces équations pour l'écoulement étudié ci-dessus. Justifier toutes vos simplifications.
3- Trouver le profil des vitesses de l'écoulement.
4- Déterminer l'expression du débit volumique d'huile qui peut être porté vers le haut (sur le bateau).
5- En maintenant l'angle d'inclinaison θ constant, quel est le débit maximal qu'on peut récupérer sur le bateau ?



Partie B :

A Considérons l'écoulement horizontal, incompressible et stationnaire sur une plaque plane très mince.



La vitesse de l'écoulement extérieur U_e est uniforme.

En appliquant la méthode de résolution intégrale à la couche limite qui se développe sur la plaque, on obtient l'expression du profil adimensionnel de vitesse conforme à la représentation polynomiale de Polhausen :

$$\frac{u}{U_e} = \Phi(\eta) = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4$$

où $\eta = y/\delta(x)$

1- Montrer que dans ce cas, les quantités δ_1/δ, δ_2/δ et $\tau_p.\delta$ sont des constantes dont on donnera les valeurs.
2- Déduire de l'intégration de l'équation de Von-Karman la loi de variation de l'épaisseur de la couche limite $\delta(x)$.

3- Donner les expressions de $\delta(x)/x$, $\delta_1(x)/x$, $\delta_2(x)/x$ ainsi que le coefficient de frottement $\tau_p/(\rho Ue)^2$ en fonction du seul nombre de Reynolds local R_{ex}.

B On reprend le même problème en choisissant cette fois comme forme générale du profil adimensionnel de vitesse la relation sinusoïdale suivante :

$$\frac{u}{U_e}=\Phi(\eta)=a\cos(\alpha\eta)+b\sin(\beta\eta)$$

où a, b, α, β sont des constantes à priori fonctions de la seule variable *x*.

1- Déterminer les valeurs de ces constantes compatibles avec les conditions aux limites de l'écoulement.

2- Exprimer les valeurs de δ_1/δ, δ_2/δ et $\tau_p.\delta$. Vérifier qu'il s'agit bien toujours de constantes pour cet écoulement.

3- Déterminer la loi d'épaisseur de la couche limite $\delta(x)$.

4- Comparer les valeurs adimensionnelles $\delta(x)/x$, $\delta_1(x)/x$, $\delta_2(x)/x$ avec celles obtenues à la partie A puis remplir le tableau ci-dessous :

Profil de vitesse	$\frac{\delta}{x}\sqrt{R_{ex}}$	$\frac{\delta_1}{x}\sqrt{R_{ex}}$	$\frac{\delta_2}{x}\sqrt{R_{ex}}$	$\frac{\tau_p}{\rho U_e^2}\sqrt{R_{ex}}$	Facteur de forme H
Polynomial					
Sinusoïdal					
Blasius	4.92	1.72	0.66	0.332	2.59

5- Application numérique : Calculer les épaisseurs de la couche limite, de déplacement et de quantité de mouvement en bout d'une plaque de longueur 2 m placée dans un écoulement de vitesse uniforme de 20 m/s d'un fluide de viscosité cinématique $1.4.10^{-5}$ m^2/s.

Bonne chance et bonnes vacances