

Equation de Diffusion 2D

=====

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

=====

Master : Energétique

Matière : Méthodes Numériques Appliquées II

=====

2012/2013

=====

=====

EXAMEN

Détermination de la distribution de temperature  $T(x, y)$  travers une plaque carré de coté  $L$  et de faible epaisseur  $e$  et de conductivité thermique  $k$  soumise aux (C.L.) suivantes.

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{d}{dx} T(x, y) \right) + \frac{d}{dy} \left( \frac{d}{dy} T(x, y) \right) - n^2 (T - T_{\infty}) = 0$$

Conditions aux limites (C.L.):

$$T(0, y) = T(L, y) = T(x, L) = 500 \text{ K},$$

$$T_0 = 500 \text{ K},$$

$$T_{\infty} = 300 \text{ K},$$

$$h = \frac{10 \text{ W}}{\text{m}^2 \text{ K}},$$

$$k = \frac{100 \text{ W}}{\text{m K}},$$

$$L = 1 \text{ m},$$

$$e = 10 \text{ mm.}$$

## Solution

> Restart: Digits := 4:

> L := 1.0; e := 0.01; k := 100; h := 10; T<sub>0</sub> := 500; T<sub>∞</sub> := 300;

$$L := 1.0$$

$$e := 0.01$$

$$k := 100$$

$$h := 10$$

$$T_0 := 500$$

$$T_\infty := 300$$

(1.1)

> A := 0.5 · L · e; A<sub>c</sub> := 0.5 · L · e; P := 2 · (0.5 · L + e); n :=  $\sqrt{\frac{h \cdot P}{k \cdot A_c}}$ ;

$$A := 0.0050$$

$$A_c := 0.0050$$

$$P := 1.02$$

$$n := 4.517$$

(1.2)

Noeud (1):

> Eq[1] := (n<sup>2</sup> · L<sup>2</sup> + 20) · T<sub>1</sub> - 4 · T<sub>3</sub> - 8 · T<sub>s</sub> = 8 · T<sub>0</sub> + n<sup>2</sup> · L<sup>2</sup> · T<sub>∞</sub>;

$$Eq_1 := 40.40 T_1 - 4 T_3 - 8 T_s = 10120.$$

(1.3)

Noeud (3):

> Eq[2] := (n<sup>2</sup> · L<sup>2</sup> + 20) · T<sub>3</sub> - 4 · T<sub>1</sub> = 16 · T<sub>0</sub> + n<sup>2</sup> · L<sup>2</sup> · T<sub>∞</sub>;

$$Eq_2 := 40.40 T_3 - 4 T_1 = 14120.$$

(1.4)

Noeud (11): Egalité des flux à l'interface: Flux conductif = Flux convectif

> Eq[3] := 4 · k · T<sub>1</sub> - (h · L + 4 · k) · T<sub>s</sub> = -h · L · T<sub>∞</sub>;

$$Eq_3 := 400 T_1 - 410.0 T_s = -3000.$$

(1.5)

## Equations:

> for i from 1 to 3 do Eq[i] end do;

$$40.40 T_1 - 4 T_3 - 8 T_s = 10120.$$

$$40.40 T_3 - 4 T_1 = 14120.$$

$$400 T_1 - 410.0 T_s = -3000.$$

(1.1.1)

> solve({seq(Eq[i], i = 1..3)});

$$\{T_1 = 359.5, T_3 = 385.1, T_s = 358.1\}$$

(1.1.2)

> ?

`?`

(1.1.3)