

Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

=====

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

=====

2011/2012

Détermination de la température $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$\begin{aligned} T(0, t) &= \alpha, \\ T(1, t) &= \beta, \\ T(x, 0) &= \sigma \end{aligned}$$

Forme matricielle - conditions de Dirichlet - Schéma explicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :  
>  
> i_max := 9; n_max := 15; N := i_max - 2;  
i_max := 9  
n_max := 15  
N := 7  
> for n from 0 to n_max do T[1, n] := alpha end do;  
T[1, 0] := alpha  
T[1, 1] := alpha  
T[1, 2] := alpha
```

(1.1)

$$T_{1,3} := \alpha$$

$$T_{1,4} := \alpha$$

$$T_{1,5} := \alpha$$

$$T_{1,6} := \alpha$$

$$T_{1,7} := \alpha$$

$$T_{1,8} := \alpha$$

$$T_{1,9} := \alpha$$

$$T_{1,10} := \alpha$$

$$T_{1,11} := \alpha$$

$$T_{1,12} := \alpha$$

$$T_{1,13} := \alpha$$

$$T_{1,14} := \alpha$$

$$T_{1,15} := \alpha$$

(1.2)

```
> for n from 0 to  $n_{\max}$  do  $T[i_{\max}, n] := \beta$  end do;
```

$$T_{9,0} := \beta$$

$$T_{9,1} := \beta$$

$$T_{9,2} := \beta$$

$$T_{9,3} := \beta$$

$$T_{9,4} := \beta$$

$$T_{9,5} := \beta$$

$$T_{9,6} := \beta$$

$$T_{9,7} := \beta$$

$$T_{9,8} := \beta$$

$$T_{9,9} := \beta$$

$$T_{9,10} := \beta$$

$$T_{9,11} := \beta$$

$$T_{9,12} := \beta$$

$$T_{9,13} := \beta$$

$$T_{9,14} := \beta$$

$$T_{9,15} := \beta$$

(1.3)

▼ Boucle principale

```
>  $n := n_{\max} - 1$  :  $k := 1$  :
```

```
> for i from 2 to  $i_{\max} - 1$  do
```

```
     $Eq[k] := 3 \cdot \lambda \cdot T[i - 1, n] + (1 - 6 \cdot \lambda) \cdot T[i, n] + 3 \cdot \lambda \cdot T[i + 1, n]$   
     $= T[i, n + 1];$ 
```

```
     $k := k + 1;$ 
```

```

end do:
|> Eqs := [ seq(Eq[k], k = 1 .. N) ] :
|> Tmps := [ seq( T[i, n], i = 2 .. imax - 1 ) ] :
|> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps );

```

$$A, b := \begin{bmatrix} 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda \end{bmatrix}, \quad (1.1.1)$$