Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Lad MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

============================

Master : Energétique

Matière : Méthodes Numériques Appliquées

============================

2015/2016

Détermination de la forme matricielle donnant la temperature $T(x, t)$ à travers une barre dont les extrémités sont maintenues à une températures constante à gauche et à un flux à droite.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha ,$$
$$\frac{\partial}{\partial t} T(L, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à droite (discrétisée par un schéma décentré arrière d'ordre 2) - Schéma implicite:

```
> Restart: with(LinearAlgebra):
>
> i_max := 9; n_max := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15$$

```
> N := i_max - 2;
```

$$N := 7$$

```
> for n from 0 to n_max do T[1, n+1] := α  end do;
```

$$T_{1,1} := \alpha$$
$$T_{1,2} := \alpha$$
$$T_{1,3} := \alpha$$
$$T_{1,4} := \alpha$$
$$T_{1,5} := \alpha$$
$$T_{1,6} := \alpha$$
$$T_{1,7} := \alpha$$
$$T_{1,8} := \alpha$$
$$T_{1,9} := \alpha$$
$$T_{1,10} := \alpha$$
$$T_{1,11} := \alpha$$
$$T_{1,12} := \alpha$$
$$T_{1,13} := \alpha$$
$$T_{1,14} := \alpha$$
$$T_{1,15} := \alpha$$
$$T_{1,16} := \alpha$$

Boucle principale

```
> n := n_max : k := 1 :
> T[i_max, n+1] := 1/3·(4· T[i_max − 1, n+1] − T[i_max − 2, n+1] + 2·β·Δx) :
    for i from 2 to i_max − 1 do
        Eq[k] := -λ·T[i − 1, n+1] + (1 + 2·λ)·T[i, n+1] − λ·T[i+1, n
    +1] = T[i, n];
        k := k+1 :
    end do:
> Eqs := [seq(Eq[k], k = 1..N)] :
> Tmps := [seq(T[i, n+1], i = 2..i_max − 1)] :
> A, b := GenerateMatrix(Eqs, Tmps);
```

$$A,\, b := \left[\begin{array}{ccccccc} 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\lambda & 1+\frac{2}{3}\lambda \end{array}\right], \left[\begin{array}{c} \alpha\lambda + T_{2,\,15} \\ T_{3,\,15} \\ T_{4,\,15} \\ T_{5,\,15} \\ T_{6,\,15} \\ T_{7,\,15} \\ \frac{2}{3}\lambda\beta\Delta x + T_{8,\,15} \end{array}\right]$$