

Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

2011/2012

Détermination de la température $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$\begin{aligned} T(0, t) &= \alpha, \\ \frac{\partial}{\partial t} T(1, t) &= \beta, \\ T(x, 0) &= \sigma \end{aligned}$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à droite (discretisée par un schéma décentré arrière d'ordre 1) - Schéma explicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
```

```
>
```

```
> i_max := 9; n_max := 15;
```

$i_{max} := 9$

$n_{max} := 15$

(1.1)

```
> N := i_max - 2;
```

$N := 7$

(1.2)

```
> for i from 2 to i_max - 1 do T[i, 0] := sigma end do;
```

$T_{2,0} := \sigma$

$T_{3,0} := \sigma$

$T_{4,0} := \sigma$

$T_{5,0} := \sigma$

$$T_{6,0} := \sigma$$

$$T_{7,0} := \sigma$$

$$T_{8,0} := \sigma$$

(1.3)

```
> for n from 0 to n_max do T[1, n] := alpha end do;
```

$$T_{1,0} := \alpha$$

$$T_{1,1} := \alpha$$

$$T_{1,2} := \alpha$$

$$T_{1,3} := \alpha$$

$$T_{1,4} := \alpha$$

$$T_{1,5} := \alpha$$

$$T_{1,6} := \alpha$$

$$T_{1,7} := \alpha$$

$$T_{1,8} := \alpha$$

$$T_{1,9} := \alpha$$

$$T_{1,10} := \alpha$$

$$T_{1,11} := \alpha$$

$$T_{1,12} := \alpha$$

$$T_{1,13} := \alpha$$

$$T_{1,14} := \alpha$$

$$T_{1,15} := \alpha$$

(1.4)

▼ Boucle principale

```
> n := n_max : k := 1 :
```

```
> T[i_max, n] := T[i_max - 1, n] + beta * Delta x :
```

```
  for i from 2 to i_max do
```

```
    Eq[k] := lambda * T[i - 1, n] + (1 - 2 * lambda) * T[i, n] + lambda * T[i + 1, n]
    = T[i, n + 1];
```

```
    k := k + 1 :
```

```
  end do:
```

```
> Eqs := [seq(Eq[k], k = 1 .. N)] :
```

```
> Tmps := [seq(T[i, n], i = 2 .. i_max - 1)] :
```

```
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

(1.1.1)

$$\begin{array}{|l|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array}
A, b := \begin{bmatrix} 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & -\lambda+1 \end{bmatrix}, \tag{1.1.1}$$

$$\begin{bmatrix} -\lambda\alpha + T_{2,16} \\ T_{3,16} \\ T_{4,16} \\ T_{5,16} \\ T_{6,16} \\ T_{7,16} \\ -\lambda\beta\Delta x + T_{8,16} \end{bmatrix}$$