Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

============================

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

============================

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha,$$
$$T(1, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann décentrées d'ordre 2 à gauche et à droite - Schéma implicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
>
> i_max := 9; n_max := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15 \qquad \textbf{(1.1)}$$

```
> N := i_max - 2;
```

$$N := 7 \qquad \textbf{(1.2)}$$

Boucle principale

```
> n := n_max : k := 1 :
```

```
> T[1, n+1] := 1/3·(4·T[2, n+1] − T[3, n+1] − 2·α·Δx) :
> T[i_max, n+1] := 1/3·(4· T[i_max − 1, n+1] − T[i_max − 2, n+1] + 2·β·Δx) :
> for i from 2 to i_max − 1 do
        Eq[k] := -λ·T[i − 1, n+1] + (1 + 2·λ)·T[i, n+1]-λ·T[i+1, n
    +1]   = T[i, n];
        k := k + 1 :
  end do:
> Eqs := [seq(Eq[k], k = 1 ..N)] :
> Tmps := [seq(T[i, n+1], i = 2 ..i_max − 1)] :
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

$$A, b := \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\lambda+1 & -\frac{2}{3}\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{3}\lambda & \frac{2}{3}\lambda+1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\lambda\,\alpha\,\Delta x + T_{2,15} \\ T_{3,15} \\ T_{4,15} \\ T_{5,15} \\ T_{6,15} \\ T_{7,15} \\ \frac{2}{3}\lambda\,\beta\,\Delta x + T_{8,15} \end{bmatrix} \quad (1.1.1)$$