Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

============================

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

============================

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$\frac{\partial}{\partial t} T(0, t) = \alpha,$$
$$T(1, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à gauche (discrétisée par un schéma décentré avant d'ordre 1) - Schéma explicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
>
> i_max := 9; n_max := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15 \qquad \textbf{(1.1)}$$

```
> N := i_max - 2;
```

$$N := 7 \qquad \textbf{(1.2)}$$

```
> for n from 0 to  n_max do T[i_max, n] := β  end do;
```

$$T_{9, 0} := \beta$$

$$T_{9,1} := \beta$$
$$T_{9,2} := \beta$$
$$T_{9,3} := \beta$$
$$T_{9,4} := \beta$$
$$T_{9,5} := \beta$$
$$T_{9,6} := \beta$$
$$T_{9,7} := \beta$$
$$T_{9,8} := \beta$$
$$T_{9,9} := \beta$$
$$T_{9,10} := \beta$$
$$T_{9,11} := \beta$$
$$T_{9,12} := \beta$$
$$T_{9,13} := \beta$$
$$T_{9,14} := \beta$$
$$T_{9,15} := \beta \qquad \textbf{(1.3)}$$

Boucle principale

```
> n := n_max : k := 1 :
```

```
> T[1, n] := T[2, n] − α·Δx :
  for i from 2 to i_max − 1 do
      Eq[k] := 3· λ·T[i − 1, n] + (1 − 6·λ)·T[i, n] + 3· λ·T[i + 1, n]
    = T[i, n + 1];
      k := k + 1 :
  end do:
```

```
> Eqs := [seq(Eq[k], k = 1 ..N)] :
```

```
> Tmps := [seq(T[i, n], i = 2 ..i_max − 1)] :
```

```
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

$$A, b := \begin{bmatrix} -3\lambda+1 & 3\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda & 3\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3\lambda & 1-6\lambda \end{bmatrix}, \qquad \textbf{(1.1.1)}$$

$$\begin{bmatrix} 3\,\alpha\,\lambda\,\Delta x + T_{2,\,16} \\ T_{3,\,16} \\ T_{4,\,16} \\ T_{5,\,16} \\ T_{6,\,16} \\ T_{7,\,16} \\ -3\,\beta\,\lambda + T_{8,\,16} \end{bmatrix}$$