Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

==========================

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

==========================

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha,$$
$$\frac{\partial}{\partial t} T(1, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à droite - Schéma explicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
>
> i_max := 9; n_max := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15 \quad \textbf{(1.1)}$$

```
> N := i_max - 1;
```

$$N := 8 \quad \textbf{(1.2)}$$

```
> for i from 2 to i_max - 1 do T[i, 0] := σ end do;
```

$$T_{2, 0} := \sigma$$
$$T_{3, 0} := \sigma$$
$$T_{4, 0} := \sigma$$
$$T_{5, 0} := \sigma$$

$$T_{6,\,0} := \sigma$$
$$T_{7,\,0} := \sigma$$
$$T_{8,\,0} := \sigma \tag{1.3}$$

```
> for n from 0 to n_max do T[1, n] := α end do;
```

$$T_{1,\,0} := \alpha$$
$$T_{1,\,1} := \alpha$$
$$T_{1,\,2} := \alpha$$
$$T_{1,\,3} := \alpha$$
$$T_{1,\,4} := \alpha$$
$$T_{1,\,5} := \alpha$$
$$T_{1,\,6} := \alpha$$
$$T_{1,\,7} := \alpha$$
$$T_{1,\,8} := \alpha$$
$$T_{1,\,9} := \alpha$$
$$T_{1,\,10} := \alpha$$
$$T_{1,\,11} := \alpha$$
$$T_{1,\,12} := \alpha$$
$$T_{1,\,13} := \alpha$$
$$T_{1,\,14} := \alpha$$
$$T_{1,\,15} := \alpha \tag{1.4}$$

Boucle principale

```
> n := n_max - 1 :  k := 1 :
```

```
> T[i_max + 1, n] := T[i_max - 1, n] + 2·β·Δx :
   for i from 2 to i_max do
        Eq[k] := λ·T[i - 1, n] + (1 - 2·λ)·T[i, n] + λ·T[i + 1, n]
     = T[i, n + 1];
        k := k + 1 :
   end do:
```

```
> Eqs := [seq(Eq[k], k = 1 ..N)] :
```

```
> Tmps := [seq(T[i, n], i = 2 ..i_max)] :
```

```
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

(1.1.1)

$$A, b := \begin{bmatrix} 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\lambda & 1-2\lambda \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -\lambda\alpha + T_{2,\,15} \\ T_{3,\,15} \\ T_{4,\,15} \\ T_{5,\,15} \\ T_{6,\,15} \\ T_{7,\,15} \\ T_{8,\,15} \\ T_{9,\,15} - 2\lambda\beta\Delta x \end{bmatrix} \tag{1.1.1}$$