

Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Lad MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

=====

LMD : Energétique

Matire : Outils Numériques

=====

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$\begin{aligned} T(0, t) &= \alpha, \\ \frac{\partial}{\partial t} T(1, t) &= \beta, \\ T(x, 0) &= \sigma \end{aligned}$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann droite - Schéma explicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :  
>  
> i_max := 9; n_max := 15;  
i_max := 9  
n_max := 15  
> N := i_max - 1;  
N := 8  
> for i from 2 to i_max - 1 do T[i, 0] := sigma end do;  
T[2, 0] := sigma
```

$T_{3,0} := \sigma$

$T_{4,0} := \sigma$

$T_{5,0} := \sigma$

$T_{6,0} := \sigma$

$T_{7,0} := \sigma$

$T_{8,0} := \sigma$

> **for** n **from** 0 **to** n_{\max} **do** $T[1, n] := \alpha$ **end do**;

$T_{1,0} := \alpha$

$T_{1,1} := \alpha$

$T_{1,2} := \alpha$

$T_{1,3} := \alpha$

$T_{1,4} := \alpha$

$T_{1,5} := \alpha$

$T_{1,6} := \alpha$

$T_{1,7} := \alpha$

$T_{1,8} := \alpha$

$T_{1,9} := \alpha$

$T_{1,10} := \alpha$

$T_{1,11} := \alpha$

$T_{1,12} := \alpha$

$T_{1,13} := \alpha$

$T_{1,14} := \alpha$

$T_{1,15} := \alpha$

▼ Boucle principale

> $n := n_{\max} - 1$: $k := 1$:

> $T[i_{\max} + 1, n] := T[i_{\max} - 1, n] + 2 \cdot \beta \cdot \Delta x$:

for i **from** 2 **to** i_{\max} **do**

$Eq[k] := \lambda \cdot T[i - 1, n] + (1 - 2 \cdot \lambda) \cdot T[i, n] + \lambda \cdot T[i + 1, n]$
 $= T[i, n + 1]$;

$k := k + 1$:

end do;

> $Eqs := [seq(Eq[k], k = 1 .. N)]$:

> $Tmps := [seq(T[i, n], i = 2 .. i_{\max})]$:

> $A, b := GenerateMatrix(Eqs, Tmps)$;

$$\left[\left[\left[\begin{array}{cccccccc}
 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\lambda & 1-2\lambda
 \end{array} \right] \right] ,$$

$$\left[\begin{array}{c}
 -\alpha\lambda + T_{2,15} \\
 T_{3,15} \\
 T_{4,15} \\
 T_{5,15} \\
 T_{6,15} \\
 T_{7,15} \\
 T_{8,15} \\
 -2\beta\lambda\Delta x + T_{9,15}
 \end{array} \right]$$