Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

==============================

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

==============================

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha,$$
$$T(1, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à gauche et à droite - Schéma explicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
>
> i[max] := 9; n[max] := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15 \quad \textbf{(1.1)}$$

```
> N := i[max];
```

$$N := 9 \quad \textbf{(1.2)}$$

```
> for i from 2 to i[max] - 1 do T[i, 0] := σ end do;
```

$$T_{2,\,0} := \sigma$$
$$T_{3,\,0} := \sigma$$
$$T_{4,\,0} := \sigma$$
$$T_{5,\,0} := \sigma$$

$$T_{6,0} := \sigma$$
$$T_{7,0} := \sigma$$
$$T_{8,0} := \sigma \tag{1.3}$$

Boucle principale

```
> n := n_max - 1 :
```

```
> T[0, n] := T[2, n] - 2·α·Δx :
  T[i_max + 1, n] := T[i_max - 1, n] + 2·β·Δx :
  for i from 1 to N do
          Eq[i] := λ·T[i - 1, n] + (1 - 2·λ)·T[i, n] + λ·T[i + 1, n]
      = T[i, n + 1];
   end do:
```

```
> Eqs := [seq(Eq[i], i = 1 ..N)] :
```

```
> Tmps := [seq(T[i, n], i = 1 ..N)] :
```

```
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

$$A, b := \tag{1.1.1}$$

$$[[1-2\lambda, 2\lambda, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],$$
$$[\lambda, 1-2\lambda, \lambda, 0, 0, 0, 0, 0, 0],$$
$$[0, \lambda, 1-2\lambda, \lambda, 0, 0, 0, 0, 0],$$
$$[0, 0, \lambda, 1-2\lambda, \lambda, 0, 0, 0, 0],$$
$$[0, 0, 0, \lambda, 1-2\lambda, \lambda, 0, 0, 0],$$
$$[0, 0, 0, 0, \lambda, 1-2\lambda, \lambda, 0, 0],$$
$$[0, 0, 0, 0, 0, \lambda, 1-2\lambda, \lambda, 0],$$
$$[0, 0, 0, 0, 0, 0, \lambda, 1-2\lambda, \lambda],$$
$$[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2\lambda, 1-2\lambda]], \begin{bmatrix} 2\lambda\alpha\Delta x + T_{1,15} \\ T_{2,15} \\ T_{3,15} \\ T_{4,15} \\ T_{5,15} \\ T_{6,15} \\ T_{7,15} \\ T_{8,15} \\ T_{9,15} - 2\lambda\beta\Delta x \end{bmatrix}$$