Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Lad MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

============================

LMD : Energétique

Matire : Outils Numériques

============================

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha,$$
$$T(1, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à gauche et à droite - Schéma explicite:

```
> Restart: with(LinearAlgebra):
>
> i[max] := 9; n[max] := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15$$

```
> N := i[max];
```

$$N := 9$$

```
> for i from 2 to i[max]-1 do T[i, 0] := σ end do;
```

$$T_{2,\,0} := \sigma$$
$$T_{3,\,0} := \sigma$$
$$T_{4,\,0} := \sigma$$
$$T_{5,\,0} := \sigma$$
$$T_{6,\,0} := \sigma$$
$$T_{7,\,0} := \sigma$$
$$T_{8,\,0} := \sigma$$

Boucle principale

```
> n := n_max - 1 :
```

```
> T[0, n] := T[2, n] - 2·α·Δx :
  T[i_max + 1, n] := T[i_max - 1, n] + 2·β·Δx :
  for i from 1 to N do
          Eq[i] :=  λ·T[i - 1, n] + (1 - 2·λ)·T[i, n] + λ·T[i + 1, n]
     = T[i, n + 1];
   end do:
```

```
> Eqs := [seq(Eq[i], i = 1..N)] :
```

```
> Tmps := [seq(T[i, n], i = 1..N)] :
```

```
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

$$A, b := \left[\begin{array}{ccccccccc} 1-2\lambda & 2\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & 1-2\lambda & \lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2\lambda & 1-2\lambda \end{array}\right],$$

$$\begin{bmatrix} 2\,\alpha\,\lambda\,\Delta x + T_{1,\,15} \\ T_{2,\,15} \\ T_{3,\,15} \\ T_{4,\,15} \\ T_{5,\,15} \\ T_{6,\,15} \\ T_{7,\,15} \\ T_{8,\,15} \\ -2\,\beta\,\lambda\,\Delta x + T_{9,\,15} \end{bmatrix}$$