

Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

=====
LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques
=====

2011/2012

Détermination de la température $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha,$$

$$T(1, t) = \beta,$$

$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à gauche et à droite - Schéma implicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
```

```
>
```

```
>  $i_{\max} := 9; n_{\max} := 15;$ 
```

```
 $i_{\max} := 9$ 
```

```
 $n_{\max} := 15$ 
```

(1.1)

```
>  $N := i_{\max};$ 
```

```
 $N := 9$ 
```

(1.2)

```
> for i from 2 to  $i_{\max} - 1$  do  $T[i, 0] := \sigma$  end do;
```

```
 $T_{2,0} := \sigma$ 
```

```
 $T_{3,0} := \sigma$ 
```

```
 $T_{4,0} := \sigma$ 
```

```
 $T_{5,0} := \sigma$ 
```

$$\begin{aligned} T_{6,0} &:= \sigma \\ T_{7,0} &:= \sigma \\ T_{8,0} &:= \sigma \end{aligned}$$

(1.3)

Boucle principale

```

> n := n_max - 1 :
> T[0, n + 1] := T[2, n + 1] - 2 · α · Δx :
  T[i_max + 1, n + 1] := T[i_max - 1, n + 1] + 2 · β · Δx :
for i from 1 to N do
  Eq[i] := -λ · T[i - 1, n + 1] + (1 + 2 · λ) · T[i, n + 1] - λ · T[i + 1, n
  + 1] = T[i, n];
end do:
> Eqs := [seq(Eq[i], i = 1 .. N)] :
> Tmps := [seq(T[i, n + 1], i = 1 .. N)] :
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
A, b :=

```

(1.1.1)

```

[[1 + 2 λ, -2 λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
[-λ, 1 + 2 λ, -λ, 0, 0, 0, 0, 0, 0],
[0, -λ, 1 + 2 λ, -λ, 0, 0, 0, 0, 0],
[0, 0, -λ, 1 + 2 λ, -λ, 0, 0, 0, 0],
[0, 0, 0, -λ, 1 + 2 λ, -λ, 0, 0, 0],
[0, 0, 0, 0, -λ, 1 + 2 λ, -λ, 0, 0],
[0, 0, 0, 0, 0, -λ, 1 + 2 λ, -λ, 0],
[0, 0, 0, 0, 0, 0, -λ, 1 + 2 λ, -λ],

```

```

[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -2 λ, 1 + 2 λ],

```

$$\begin{bmatrix} -2 \lambda \alpha \Delta x + T_{1,14} \\ T_{2,14} \\ T_{3,14} \\ T_{4,14} \\ T_{5,14} \\ T_{6,14} \\ T_{7,14} \\ T_{8,14} \\ T_{9,14} + 2 \lambda \beta \Delta x \end{bmatrix}$$