Equation de diffusion (chaleur) 1D instationnaire

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

==========================

LMD : Energétique

Matière : Outils Numériques

==========================

2011/2012

Détermination de la temperature $T(x, t)$ à travers l'épaisseur d'une plaque dont les extrémités sont maintenues à des températures constantes.

$$\frac{\partial}{\partial t} T(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} T(x, t)$$

Conditions aux limites et initiale:

$$T(0, t) = \alpha,$$
$$T(1, t) = \beta,$$
$$T(x, 0) = \sigma$$

Forme matricielle - Conditions de Neumann à gauche et à droite - Schéma implicite:

```
> Restart : with(LinearAlgebra) :
>
> i_max := 9; n_max := 15;
```

$$i_{max} := 9$$
$$n_{max} := 15 \qquad (1.1)$$

```
> N := i_max;
```

$$N := 9 \qquad (1.2)$$

Boucle principale

```
> n := n_max :
```

```
> T[0, n+1] := T[2, n+1] - 2·α·Δx :
  T[i_max + 1, n+1] := T[i_max - 1, n+1] + 2·β·Δx :
  for i from 1 to N do
        Eq[i] :=  -λ·T[i-1, n+1] + (1 + 2·λ)·T[i, n+1]-λ·T[i+1, n
     +1]   = T[i, n];
   end do:

> Eqs := [seq(Eq[i], i = 1 ..N)] :
> Tmps := [seq(T[i, n+1], i = 1 ..N)] :
> A, b := GenerateMatrix( Eqs, Tmps);
```

$A, b :=$ **(1.1.1)**

$$\begin{bmatrix} 1+2\lambda & -2\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda & 1+2\lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2\lambda & 1+2\lambda \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} -2\alpha\lambda\Delta x + T_{1,15} \\ T_{2,15} \\ T_{3,15} \\ T_{4,15} \\ T_{5,15} \\ T_{6,15} \\ T_{7,15} \\ T_{8,15} \\ 2\beta\lambda\Delta x + T_{9,15} \end{bmatrix}$$