

## 2- Notions de charge et de pertes de charge

### 2.1- Introduction et définitions

Le long d'un filet fluide, sans viscosité et incompressible, en mouvement permanent, l'expression:

$$X = p + \frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g z \quad (2.1)$$

reste constante et porte le nom de *charge*.

Pour une conduite de section constante on a:

$$\frac{dX}{dx} = \frac{dp_g}{dx} \quad (2.2)$$

avec:

$p_g = p + \rho g z$  : *pression motrice*;

$dp_g/dx$  : *perte de charge* par unité de longueur.

- Si le fluide, tout en restant incompressible, est visqueux, la charge ne reste plus constante le long du filet. On définit alors la *perte de charge unitaire* par:

$$j = -\frac{dX}{\rho g dx} \quad (2.3)$$

Pour faciliter la comparaison entre les écoulements, on emploie un coefficient sans dimension, appelé coefficient de perte de charge linéaire (ou unitaire) défini par.

$$\lambda = -\frac{dx}{D} \frac{dX}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (2.4)$$

où  $D$  est le diamètre de la conduite et  $\frac{1}{2} \rho V^2$  la pression dynamique ( $V$  étant la vitesse moyenne dans la conduite).

En combinant les relations (2.3) et (2.4), nous aurons:

$$j = \frac{\lambda V^2}{D 2 g} \quad (2.5)$$

$j$  s'exprime dans ce cas en mètre de fluide par mètre de conduite.

La perte de charge dans une conduite de longueur  $L$  de diamètre constant  $D$  est donc:

$$J = \lambda \frac{L V^2}{D 2 g} \quad [\text{m}] \quad (2.6a)$$

$$J = \lambda \frac{L V^2}{D 2} \quad [\text{J/Kg}] \quad (2.6b)$$

$$J = \lambda \frac{L}{D} \rho \frac{V^2}{2} \quad [\text{N/m}^2] \quad (2.6c)$$

Ainsi, dans le cas d'un fluide visqueux, lorsqu'on suit le filet dans le sens du mouvement, la charge décroît. Dans ce cas l'équation de Bernoulli devient entre deux sections 1 et 2 de la conduite:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V_2^2}{g} + z_2 + J \quad (2.7)$$

Le terme  $J$  correspond à une énergie dissipée par frottement, donc sous forme de chaleur. La puissance dissipée s'exprime alors par la relation:

$$\mathcal{P}_d = \rho g J q_v \quad [\text{W}] \quad (2.8)$$

$q_v$  étant le débit volumique en  $\text{m}^3/\text{s}$ .

## 2.2- Détermination du coefficient de perte de charge linéaire

Les courbes expérimentales de Nikuradsé (Annexe:A1) nous montrent que  $\lambda$  n'est fonction que du nombre de Reynolds  $\mathcal{R}_e$  et de la rugosité relative de la conduite  $\varepsilon/D$ .

Le nombre de Reynolds se calcul par la formule suivante:

$$\mathcal{R}_e = \frac{DV_m}{\nu} \quad (2.9)$$

$\nu$  étant la viscosité cinématique du fluide.

- Si  $\mathcal{R}_e \leq 2300$  : l'écoulement est dit *laminaire*. On utilise la droite de Poiseuille:

$$\lambda = \frac{64}{\mathcal{R}_e} \quad (2.10)$$

=>  $\lambda$  n'est fonction que de  $\mathcal{R}_e$  seulement.

Un tel écoulement est caractérisé par le fait que les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité.

- Si  $2300 < \mathcal{R}_e \leq 4.10^4$  : l'écoulement est dit *turbulent lisse* car  $\lambda$  ne dépend pas encore de  $\varepsilon/D$ .

On utilise soit la droite de Blasius :

$$\lambda = \frac{0.316}{\mathcal{R}_e^{0.25}} \quad (2.11)$$

ou encore l'équation de Von Karman:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log(\mathcal{R}_e \sqrt{\lambda}) - 0.8 \quad (2.12)$$

Cette équation se résout d'une manière itérative (de Newton par exemple) en commençant généralement par la valeur initiale  $\lambda_0 = 0.02$ .

- Si  $\mathcal{R}_e > 4.10^4$  : l'écoulement est dit *turbulent rugueux*.  $\lambda$  ne dépend plus de  $\mathcal{R}_e$ , ou très peu car la courbe  $\varepsilon/D$  est presque une droite horizontale.

\* Pour les conduites industrielles, on utilise la relation de Blench:

$$\lambda = 0.790 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}} \quad (2.13)$$

\* Pour les conduites expérimentales de rugosité uniforme on utilise la relation de Karman-Nikuradsé:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log\left(\frac{D}{2\varepsilon}\right) + 1.74 \quad (2.14)$$

### 2.3- Loi générale de pertes de charge

Pour représenter simultanément la perte de charge en régime turbulent lisse et en régime turbulent rugueux, ainsi que dans la zone de transition entre les deux régimes, Colebrook et White ont regroupé les lois de Prandtl et de Karman sous la forme suivante:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log\left(\frac{2.51}{\mathcal{R}_e \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.71 D}\right) \quad (2.15)$$

\* **Remarque importante:**

Dans le cas d'une conduite de section non circulaire ou d'une conduite dont la section de passage n'est pas totalement mouillée par le fluide, on utilise à la place du diamètre  $D$ , le diamètre hydraulique  $D_H$  pour le calcul de  $\mathcal{R}_e$  qui est donné par:

$$D_H = \frac{4S}{P} \quad (2.16)$$

où :

S : section de passage

P: le périmètre mouillé par le fluide.

**Exemple d'application:**

Soit à déterminer la perte de charge par mètre de conduite en fonte de diamètre  $D=200$  mm et débitant  $200 \text{ m}^3$  d'eau par heure. On donne:

- hauteur des aspérités (rugosité) de la conduite:  $\varepsilon = 0.20 \text{ mm};$
- viscosité cinématique de l'eau:  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s};$

- accélération de la pesanteur (gravité):  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

Pour chercher le régime d'écoulement, il faut d'abords calculer la vitesse moyenne  $V_m$  dans la conduite:

$$q_v = V_m S = V_m \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow V_m = \frac{4 q_v}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 200}{\pi \cdot (0.2)^2 \cdot 3600} = 1.768 \text{ m/s}$$

$$\mathcal{R}_e = \frac{D V_m}{\nu} = \frac{0.2 \cdot 1.768}{10^{-6}} = 3.532 \cdot 10^5 \text{ donc le régime est } \underline{\text{turbulent rugueux}}.$$

La formule de Blench nous donne:

$$\lambda = 0.790 \sqrt{\frac{\epsilon}{D}} = 0.790 \sqrt{\frac{0.2}{200}} \Rightarrow \lambda = 0.02498 \approx 0.025$$

$$j = \frac{J}{L} = \frac{\lambda V_m^2}{D 2g} = \frac{0.025 (1.768)^2}{0.2 \cdot 2 \cdot 10} \Rightarrow \underline{j = 0.0195 \text{ m/m}} \quad (0.195 \text{ J/Kg/m ou } 195 \text{ N/m}^2/\text{m})$$

La perte de charge est donc de 0.0195 m d'eau par mètre de conduite.

Si la longueur de la conduite est  $L = 1000 \text{ m}$ , la perte de charge totale sera:

$$J = j L = 0.0195 \cdot 10^3 \Rightarrow \underline{J = 19.5 \text{ m d'eau}}$$

et la puissance dissipée sous forme de chaleur sera:

$$\mathcal{P}_d = \rho g J q_v = 10^3 \cdot 10 \cdot 19.5 \cdot 200 / 3600 \Rightarrow \underline{\mathcal{P}_d = 10,83 \text{ KW.}}$$

## 2.4- Pertes de charge singulières (ou locales)

Les pertes de charge singulières sont dues à la présence de singularités (coudes, raccords, orifices, branchements, soupapes, diaphragmes, robinets...etc) le long de la conduite. Ces obstacles entraînent une variation de vitesse du courant et la naissance de tourbillons. Ceci entraîne une perte supplémentaire qui s'ajoute à la perte de charge linéaire qui est due aux frottements sur la partie rectiligne de la conduite (dans la pratique, les pertes de charge singulières sont généralement estimées de 0.1 à 1.5 % des pertes de charge linéaires).

La perte de charge résultant d'un tel obstacle a pour expression:  $\zeta V^2/2g$  [m]

où  $\zeta$  est le coefficient de pertes de charge singulières (ou locales), il dépend de chaque type d'obstacle (Annexe A2).

L'équation (2.7) devient dans ce cas:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V_1^2}{g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{V_2^2}{g} + z_2 + J + \sum_1^2 \zeta \frac{V^2}{2g} \quad (2.17)$$

Le dernier terme étant la somme de toutes les pertes de charge singulières entre les états (1) et (2).

## 2.5- Généralisation de l'équation de Bernoulli

Supposons que le système passe de l'état initial 1 à l'état final 2 en échangeant du travail avec le milieu extérieur. La variation (augmentation ou diminution) de l'énergie actuelle du système ne peut être qu'égal au travail échangé:

$$W_{12} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2}(V_2^2 - V_1^2) + g(z_2 - z_1) + gJ + \sum_1^2 \zeta \frac{V^2}{2} \quad (2.18)$$

$W_{12}$  : travail échangé entre le système (1 Kg de fluide) et le milieu extérieur par l'intermédiaire de l'arbre de la machine. On distingue deux cas:

- $W_{12} > 0$  si le système reçoit du travail du milieu extérieur (pompe, compresseur,...).
- $W_{12} < 0$  si le système fournit du travail au milieu extérieur (turbine,...).

### Exemples d'application:

1- Dans le système représenté dans la figure ci-dessous (Fig.2.1), la pompe BC doit amener avec un débit de 160 l/s de l'huile de pétrole, de masse volumique 762 Kg/m<sup>3</sup>, au réservoir D. En admettant que l'énergie perdue de A à B est de 2.5 m et entre C et D de 6.5 m. Déterminer la puissance fournie au fuel par la pompe et tracer la ligne de charge de l'installation.

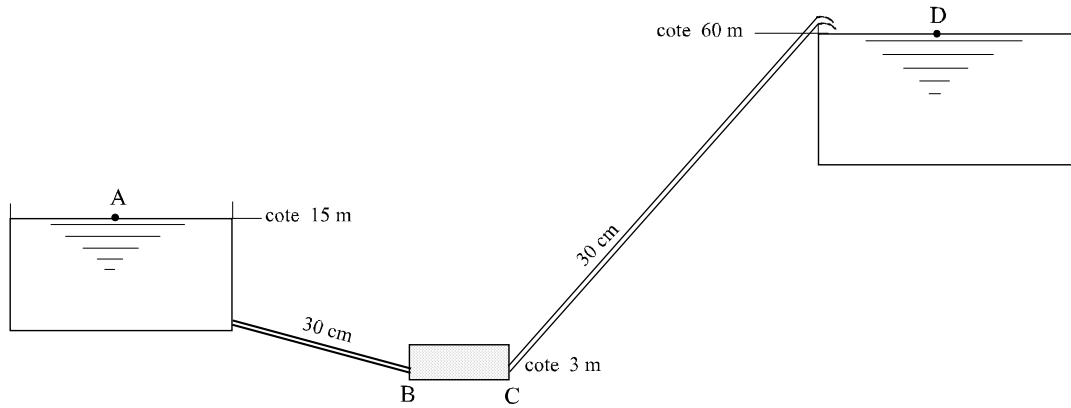


Figure 2.1- Exemple d'application. Alimentation d'un réservoir par une pompe.

\* La puissance fournie est donnée par:  $\mathcal{P}_f = \Delta p_{BC} q_v = \rho g H_p q_v$

$H_p$  étant la hauteur fournie par la pompe.

Appliquons l'équation (2.18) entre les points A et D:

$$W_{AD} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = W_{BC} = \frac{p_B - p_C}{\rho} + \frac{1}{2}(V_B^2 - V_C^2) + g(z_B - z_C) + g J_{BC} + \sum_B^C \zeta \frac{V^2}{2}$$

$$W_{AB} = \frac{p_B - p_A}{\rho} + \frac{1}{2}(V_B^2 - V_A^2) + g(z_B - z_A) + g H_{AB} + \sum_A^B \zeta \frac{V^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p_B - p_A}{\rho g} + \frac{1}{2g} V_B^2 + (z_B - z_A) + H_{AB} = 0 \quad (*)$$

$$W_{CD} = \frac{p_D - p_C}{\rho} + \frac{1}{2}(V_D^2 - V_C^2) + g(z_D - z_C) + g H_{CD} + \sum_C^D \zeta \frac{V^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p_D - p_C}{\rho g} - \frac{1}{2g} V_C^2 + (z_D - z_C) + H_{CD} = 0 \quad (**)$$

en additionnant les relations (\*) et (\*\*) on aura, puisque  $p_A = p_D$  et  $z_C = z_B$ :

$$\frac{p_B - p_C}{\rho g} + \frac{1}{2g}(V_B^2 - V_C^2) + (z_D - z_A) + H_{AB} + H_{CD} = 0$$

$$\Rightarrow -H_p + (z_D - z_A) + H_{AB} + H_{CD} = 0 \quad \text{d'où} \quad H_p = (z_D - z_A) + H_{AB} + H_{CD} = 54 \text{ m}$$

$$\text{et} \quad \mathcal{P}_f = 762 \cdot 10 \cdot 54 \cdot 0,16 \quad \text{soit} \quad \underline{\underline{\mathcal{P}_f = 65,837 \text{ KW.}}}$$

Pour tracer la ligne de charge de l'installation (Fig.2.2), il est utile de calculer les charges suivantes:

$$\text{* Charge en A :} \quad H_A = \frac{p_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + z_A = z_A = 15 \text{ m.} \quad (p_A = p_{\text{eff}} = p_T - p_{\text{atm}} = 0)$$

$$\text{* Charge en B:} \quad H_B = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + z_B = H_A - H_{AB} = 15 - 2,5 = 12,5 \text{ m.}$$

$$\text{* Charge en C:} \quad H_C = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{V_C^2}{2g} + z_C = H_B + H_p = 12,5 + 54 = 66,5 \text{ m.}$$

$$\text{* Charge en D:} \quad H_D = \frac{p_D}{\rho g} + \frac{V_D^2}{2g} + z_D = z_D = H_C - H_{CD} = 66,5 - 6,5 = 60 \text{ m.}$$

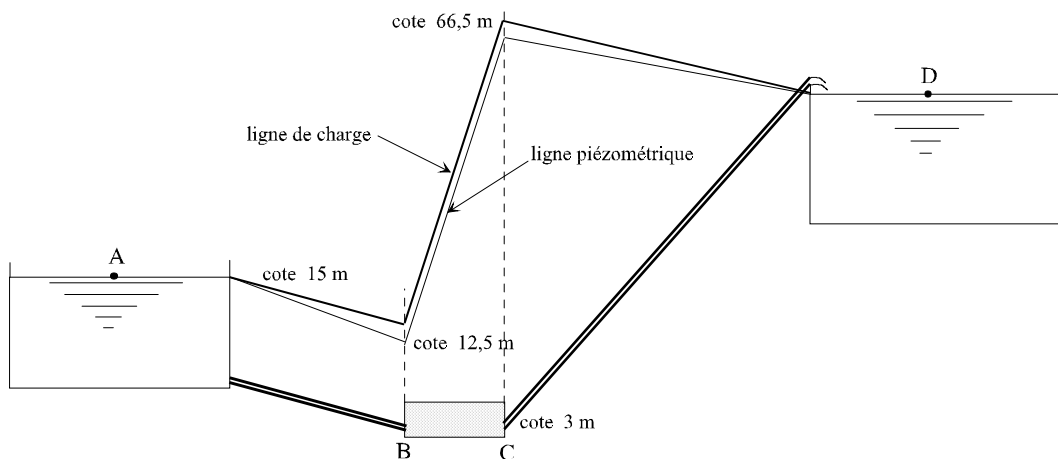


Figure 2.2- Ligne de charge et ligne piézométrique de l'installation.



Traçons maintenant la ligne piézométrique de l'installation.

Pour un écoulement permanent dans un tuyau de diamètre constant, la ligne de charge est une droite. La ligne piézométrique est parallèle à la ligne de charge et située à  $V^2/2g$  en dessous (Fig.2.2). Pour la tracer, il faut donc calculer les valeurs suivantes:

Vitesse moyenne dans les conduites: 
$$V = \frac{q_v}{S} = \frac{4 q_v}{\pi D^2} = 2,263 \text{ m/s}$$

Point A : 
$$H_A - \frac{V_A^2}{2g} = H_A = 15 \text{ m.}$$

Point B : 
$$H_B - \frac{V_B^2}{2g} = 125 - \frac{(2,263)^2}{2 \cdot 10} = 12,244 \text{ m.}$$

Point C : 
$$H_C - \frac{V_C^2}{2g} = 66,5 - \frac{(2,263)^2}{2 \cdot 10} = 66,244 \text{ m.}$$

Point D : 
$$H_D - \frac{V_D^2}{2g} = H_D = 60 \text{ m.}$$

2- Soit à calculer la perte de charge singulière due à un élargissement brusque (Fig. 2.3). On donne:  $D_1 = 15 \text{ cm}$ ,  $D_2 = 30 \text{ cm}$  et  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

Débit volumique :  $q_v = 30 \text{ l/s}$

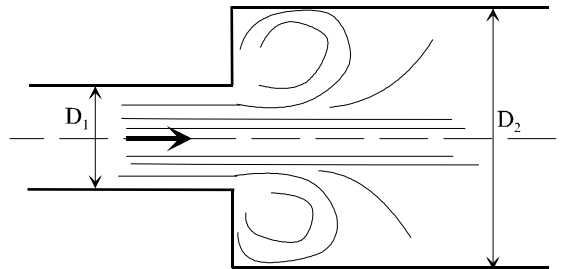


Figure 2.3- Perte de charge dans un élargissement brusque.

\* Utilisons les tables (Annexe A2) qui nous donnent:

$$H_s = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

$$V_1 = \frac{q_v}{S_1} = \frac{4 q_v}{\pi D_1^2} = \frac{4 \cdot 0,03}{\pi (0,15)^2} = 1,6976 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \underline{H_s = 0,0827 \text{ m.}}$$

$$V_2 = \frac{q_v}{S_2} = \frac{4 q_v}{\pi D_2^2} = \frac{4 \cdot 0,03}{\pi (0,3)^2} = 0,4244 \text{ m/s}$$

\* ou encore en utilisant la définition:

$$\zeta = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 = 0,5625 \quad \Rightarrow \quad H_s = \zeta \frac{V_1^2}{2g} = 0,0827 \text{ m.}$$

\* ou encore en utilisant le tableau (Annexe A2), on a :

pour  $D_1/D_2 = 0,4$  on a  $\zeta = 0,7$  et pour  $D_1/D_2 = 0,6$  on a  $\zeta = 0,4$

puisque nous avons:

$D_1/D_2 = 0,5$  alors en faisant une interpolation nous aurons:  $\zeta = 0,55$

ce qui nous donne une perte de charge singulière d'environ 0,0808 m.

**Remarque importante:**

Dans la pratique on rencontre souvent dans les installations les conduites mixtes (comprenant plusieurs conduites et obstacles en série) et les conduites multiples (comprenant plusieurs conduites et obstacles en parallèle); on a alors:

- **Conduites mixtes:** Dans une telle conduite (Fig.2.4), le débit qui passe à travers chaque trançon sera le même et que la perte de charge totale sera égale à la somme des pertes de charge qui naissent dans chaque trançon.

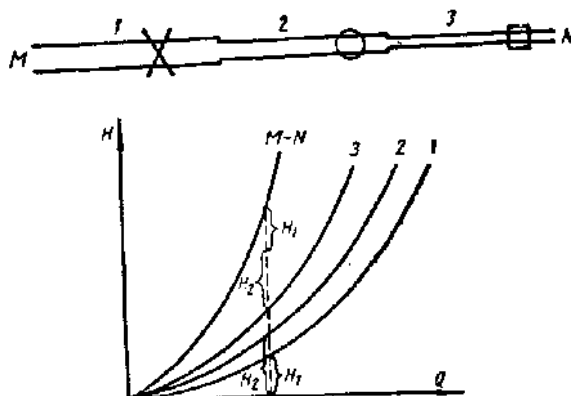


Figure 2.4- Caractéristique d'une conduite mixte.

- **Conduites multiples**: Dans ce cas (Fig.2.5), le débit principal sera égal à la somme des débits dans les différents tronçons et les pertes de charge dans des tuyaux reliés en parallèle sont égales entre elles.

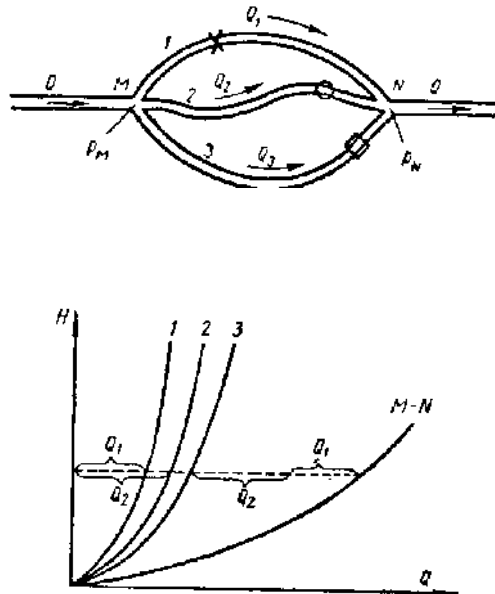


Figure 2.5- Caractéristique d'une conduite multiple.

