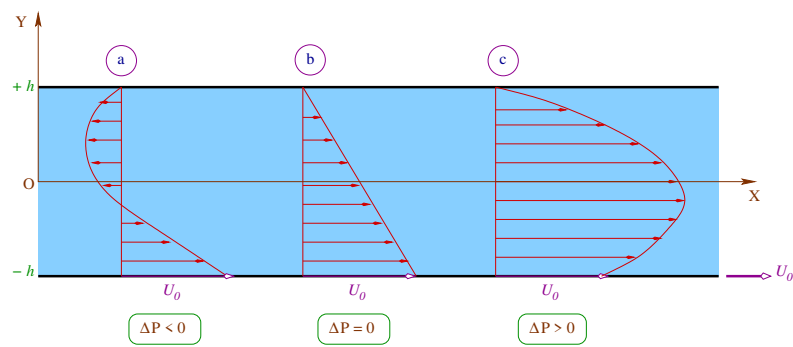


Dr. Laïd MESSAOUDI

CALCUL ET TECHNOLOGIE DES CONDUITES

Cours pour M1MMTH



Écoulements dans les conduites

1.1 Etude de l'écoulement laminaire

Nous étudions ici un écoulement laminaire dans un tube de section circulaire en régime incompressible et permanent (écoulement de Poiseuille).

Pour déterminer le profil des vitesses, nous pourrions utiliser soit les équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques, soit la seconde loi de Newton appliquée à un élément de fluide. Les deux méthodes aboutissent à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du}{dr} \right) \quad (1.1)$$

C'est une équation différentielle dont le 1^{er} membre dépend uniquement de x et le 2nd uniquement de r . Comme cette équation doit être satisfaite quelque soit x et r , les deux membres sont donc constants : $dp/dx = C^{te}$; ce qui signifie que la pression varie linéairement avec l'abscisse x .

Posons alors : $\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta p}{l}$ avec l : longueur de la conduite et Δp la chute de pression ou perte de charge sur la longueur l . L'équation (1.1) s'intègre facilement en donnant le profil des vitesses suivant :

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{l} r^2 + C_1 \ln r + C_2$$

- Condition d'adhérence du fluide à la paroi : $u(r = R) = 0$.
- Pour obtenir une valeur finie sur l'axe du tube : $C_1 = 0$;

d'où le profil des vitesses :

$$u(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{l} (R^2 - r^2) \quad (1.2)$$

Le profil des vitesses est donc parabolique (Fig.1.1). Pour le tracer correctement, il faut d'abord déterminer la vitesse maximale ainsi que la vitesse débitante. Cette

dernière se calcul à partir du débit volumique traversant la section de passage.

- Vitesse maximale :

La position où la vitesse est maximale est donné par :

$$\left. \frac{du(r)}{dr} \right|_{r=d} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2\mu} \frac{\Delta p}{l} d = 0 \Rightarrow d = 0$$

Elle est donc localisée au centre de la canalisation. Sa valeur est donnée par :

$$u_{max} = u(r = d) \quad \text{d'où :}$$

$$u_{max} = \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{l} R^2 \tag{1.3}$$

- Débit volumique :

$$Q_v = \int_0^R u(r) ds = \int_0^R \frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr = \frac{\pi}{2\mu} \frac{\Delta p}{l} \left[\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right]$$

$$Q_v = \frac{\pi}{8\mu} \frac{\Delta p}{l} R^4 = \frac{\pi}{128\mu} \frac{\Delta p}{l} D^4 \tag{1.4}$$

C'est la formule de *Poiseuille*, elle nous montre qu' en écoulement laminaire, le débit est proportionnel à la chute de pression Δp .

- Vitesse débitante (ou moyenne) :

$$Q_v = S\bar{u} = \pi R^2\bar{u} \quad \text{d'où :}$$

$$\bar{u} = \frac{1}{8\mu} \frac{\Delta p}{l} R^2 = \frac{1}{2} u_{max} \tag{1.5}$$

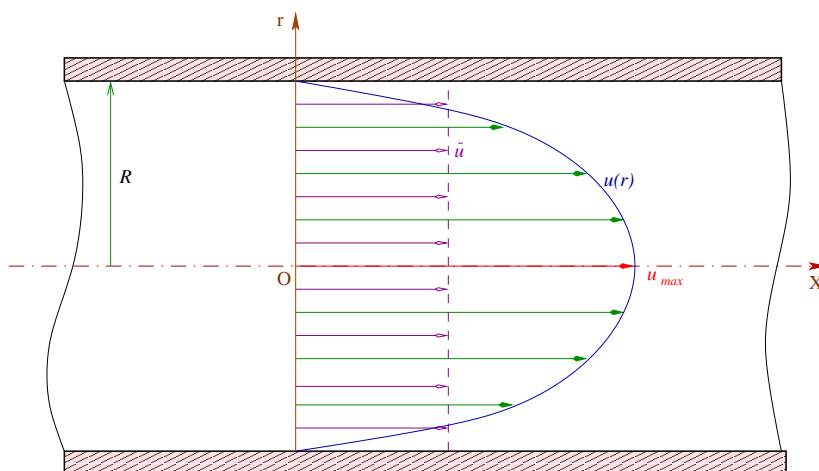


Fig. 1.1: *Profile des vitesses.*

- **Contrainte au sein du fluide :**

$$\tau = \mu \frac{du(r)}{dr} \quad \text{d'où :} \quad \tau(r) = -\frac{1}{2} \frac{\Delta p}{l} r \quad (1.6)$$

* au centre de la conduite : $\tau = \mu \left. \frac{du(r)}{dr} \right|_{r=0} = \tau(r=0) = 0$

* à la paroi :

$$\tau_p = \mu \left. \frac{du(r)}{dr} \right|_{r=R} = \tau(r=R) = -\frac{R}{2} \frac{\Delta p}{l} \quad (1.7)$$

La distribution des contraintes dans le fluide est représentée sur la figure (Fig.1.2) : la contrainte est donc maximale à la paroi et nulle au centre de la conduite puisque les effets de la viscosité sont négligeables loin de la paroi.

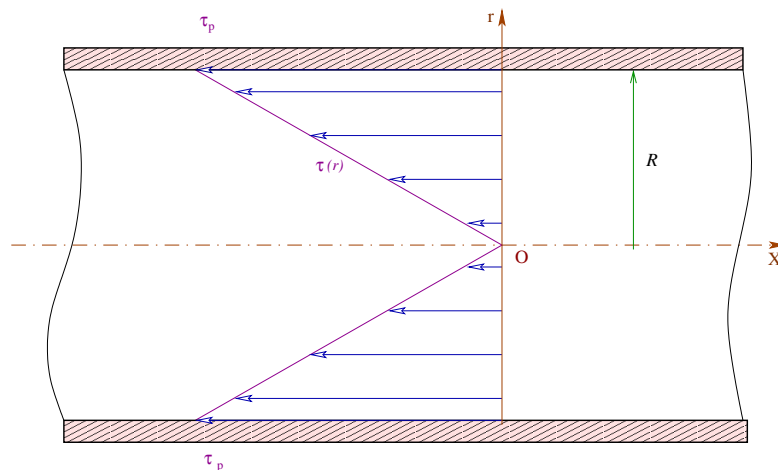


Fig. 1.2: **Etat de contrainte au sein du fluide.**

- **Coefficient de perte de charge :**

La différence de pression traduisant la perte de charge dans une conduite cylindrique est donnée par :

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{D} \rho \frac{\bar{u}^2}{2} \quad (1.8)$$

λ : coefficient sans dimension, appelé *coefficient de perte de charge linéaire*.

D : diamètre de la conduite.

En combinant (1.5) et (1.8), on trouve :

$$\lambda = \frac{64}{\Re_e} \quad (1.9)$$

avec :

$$\Re_e = \frac{\bar{u} D}{\nu} \quad (1.10)$$

En écoulement laminaire, le coefficient de pertes de charge linéaire est donc inversement proportionnel au nombre de Reynolds.

1.2 Notions de charge et de perte de charge

Le long d'un filet fluide, sans viscosité et incompressible, en mouvement permanent, l'expression :

$$X = p + \frac{1}{2} \rho q^2 + \rho g h \quad (1.11)$$

reste constante et porte le nom de *charge*.

Pour une conduite de section constante nous avons :

$$\frac{dX}{dx} = \frac{dp_g}{dx} \quad (1.12)$$

avec

$$p_g = p + \rho g h \quad (\text{pression motrice})$$

$\frac{dp_g}{dx}$: perte de charge par unité de longueur.

- Si le fluide, tout en restant incompressible, est visqueux, la charge ne reste plus constante le long du filet. On définit la *perte de charge unitaire* par :

$$j = -\frac{dX}{\rho g dx} \quad (1.13)$$

Pour faciliter la comparaison entre les écoulements, on utilise un coefficient sans dimension, appelé coefficient de perte de charge linéaire (ou unitaire) et défini par :

$$\lambda = -\frac{dX}{dx} \frac{D}{\frac{1}{2} \rho q^2} \quad (1.14)$$

D : diamètre de la conduite ;

$\frac{1}{2} \rho q^2$: pression dynamique avec $q \equiv \bar{u}$.

En combinant (1.13) et (1.14), nous aurons :

$$j = \frac{\lambda}{D} \frac{q^2}{2g} \quad (1.15)$$

j s'exprime dans ce cas en mètre de fluide par mètre de conduite.

La perte de charge dans une conduite de longueur L de diamètre constant D est donc :

$$J = \lambda \frac{L}{D} \frac{q^2}{2g} \quad [m] \quad (1.16)$$

$$gJ = \lambda \frac{L}{D} \frac{q^2}{2} \quad [J/Kg] \quad (1.17)$$

$$\rho g J = \lambda \frac{L}{D} \rho \frac{q^2}{2} \quad [N/m^2] \quad (1.18)$$

Ainsi, dans le cas d'un fluide visqueux, lorsqu'on suit le filet dans le sens du mouvement, la charge décroît. Dans ce cas, l'équation de Bernoulli devient entre deux sections (1) et (2) de la conduite :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{g} + z_2 + J \quad (1.19)$$

Le terme J correspond à une énergie en $[m]$ dissipée par frottement, donc sous forme de chaleur. La puissance dissipée s'exprime donc par la relation :

$$P_d = \rho g J Q_v = \Delta p Q_v \quad [W] \quad (1.20)$$

1.3 Détermination du coefficient de perte de charge linéaire

Les courbes expérimentales de Nikuradse (Fig.A.1, Annexe A.4) nous montrent que λ n'est fonction que du nombre de Reynolds et de la rugosité relative de la conduite ε/D :

— Si $\Re_e \leq 2300$: l'écoulement est dit *laminaire*. On utilise la droite de Poiseuille :

$$\lambda = \frac{64}{\Re_e} \quad (1.21)$$

donc λ n'est fonction que de \Re_e seulement.

— Si $2300 < \Re_e \leq 4.10^4$: l'écoulement est dit *turbulent lisse* car λ ne dépend pas encore de ε/D . On utilise soit la droite de Blasius :

$$\lambda = \frac{0,3164}{\Re_e^{0,25}} \quad (1.22)$$

ou encore l'équation de Von Karman :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log (\Re_e \sqrt{\lambda}) - 0,8 \quad (1.23)$$

Cette équation se résout d'une manière itérative (Newton) en commençant généralement par la valeur initiale $\lambda_0 = 0.02$.

- Si $\Re_e > 4 \cdot 10^4$: l'écoulement est dit *turbulent rugueux*. λ ne dépend plus de \Re_e , ou très peu car la courbe ε/D est presque une droite horizontale (Fig.A.1, Annexe A.4,).

* Pour les conduites industrielles, on utilise la relation de Blench :

$$\lambda = 0,790 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}} \quad (1.24)$$

* Pour les conduites expérimentales de rugosité uniforme on utilise la relation de Karman-Nikuradse :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{D}{2\varepsilon} \right) + 1,74 \quad (1.25)$$

1.3.1 Loi générale de perte de charge

Pour représenter simultanément la perte de charge en régime turbulent lisse et en régime turbulent rugueux, ainsi que dans la zone de transition entre les deux régimes, Colebrook et White ont regroupé les lois de Prandtl et de Karman sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{2,51}{\Re_e \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71 D} \right] \quad (1.26)$$

Cette équation est non linéaire puisque le coefficient λ est implicite. Pour \Re_e et ε/D donnés, il n'est pas possible de déterminer λ sans passer par une méthode itérative. En utilisant la initiale $\lambda_0 = 0.02$, la méthode de Newton donne un résultat très acceptable après environ 5 itérations.

- Exemple d'application :

Soit à déterminer la perte de charge par mètre de conduite en fonte de diamètre $D = 200 \text{ mm}$ et débitant 200 m^3 d'eau par heure. On donne : $\varepsilon = 0,20 \text{ mm}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Pour chercher le régime d'écoulement, il faut d'abord calculer la vitesse dans la conduite :

$$Q_v = q \frac{\pi D^2}{4} \Rightarrow q = \frac{4Q_v}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 200}{\pi \cdot (0,2)^2 \cdot 3600} = 1,768 \text{ m/s.}$$

$$\Re_e = \frac{Dq}{\nu} = \frac{0,2 \cdot 1,768}{10^{-6}} = 3,532 \cdot 10^5 \quad \text{donc le régime est turbulent rugueux.}$$

$$\lambda = 0,790 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D}} = 0,790 \sqrt{\frac{0,2}{200}} \Rightarrow \lambda \approx 0,025.$$

$$j = \frac{J}{L} = \frac{\lambda}{D} \frac{q^2}{2g} = \frac{0,025(1,768)^2}{0,2 \cdot 2 \cdot 10} \Rightarrow j = 0,0195 \text{ m/m } (0,195 \frac{J}{\text{Kgm}} \text{ ou } 195 \frac{N}{\text{m}^3}).$$

Si la longueur de la conduite est $L = 1000 \text{ m}$, la perte de charge totale sera :

$$J = jL = 0,0195 \cdot 1000 \Rightarrow J = 19,5 \text{ m d'eau.}$$

La puissance dissipée sous forme de chaleur sera dans ce cas :

$$P_d = \rho g J Q_v = 10^3 \cdot 10 \cdot 19,5 \cdot 200/3600 \Rightarrow P_d = 10,83 \text{ KW.}$$

1.4 Pertes de charge singulières ou locales

Les pertes de charge singulières sont dues à la présence de coudes, de raccords, de branchements, de robinets... etc. le long de la conduite. Ces obstacles entraînent une variation de vitesse du courant et la naissance de tourbillons. Ceci entraîne une perte supplémentaire qui s'ajoute à la perte de charge linéaire qui est due aux frottements sur la partie rectiligne de la conduite. Dans la pratique, les pertes de charge singulières sont généralement estimées de 0,1 à 1,5 % des pertes de charge linéaires.

La perte de charge résultant d'un tel obstacle a pour expression : $\zeta \frac{q^2}{2g} [m]$;

où ζ est le *coefficient de pertes de charge singulières* (ou *locales*) ; il dépend de chaque type d'obstacle (*Annexe A*).

L'équation (1.19) devient dans ce cas :

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_1^2}{g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_2^2}{g} + z_2 + J_{12} + \sum_1^2 \zeta_i \frac{q_i^2}{2g} \quad (1.27)$$

J_{12} étant la perte de charge totale entre les points 1 et 2. Dans le cas par exemple où le diamètre de la conduite change, on aura :

$$J_{12} = \sum_1^2 J_i = \sum_1^2 \lambda_i \frac{L_i}{D_i} \frac{q_i^2}{2g} \quad (1.28)$$

1.5 Généralisation de l'équation de Bernoulli

Supposons que le système passe de l'état initial (1) à l'état final (2) en échangeant du travail avec le milieu extérieur. La variation, augmentation ou diminution, de l'énergie

actuelle du système ne peut être qu'égal au travail échangé :

$$W_{12} = \frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{1}{2} (q_2^2 - q_1^2) + g (z_2 - z_1) + g J_{12} + \sum_1^2 \zeta_i \frac{q_i^2}{2} \quad (1.29)$$

W_{12} : travail échangé entre le système (1 kg de fluide) et le milieu extérieur par l'intermédiaire de l'arbre de la machine.

- $W_{12} > 0$ si le système reçoit du travail du milieu extérieur (pompe, compresseur, ...etc).
- $W_{12} < 0$ si le système fournit du travail au milieu extérieur (turbine, ...etc).

- Exemples d'application :

- 1- Dans le système représenté dans la figure (Fig.1.3), la pompe BC doit amener avec un débit de 160 l/s de l'huile de pétrole, de masse volumique 762 Kg/m^3 au réservoir D . En admettant que l'énergie perdue de A à B est de $2,5 \text{ m}$ et entre C et D de $6,5 \text{ m}$. Déterminer la puissance fournie au fuel par la pompe et tracer la ligne de charge de l'installation.

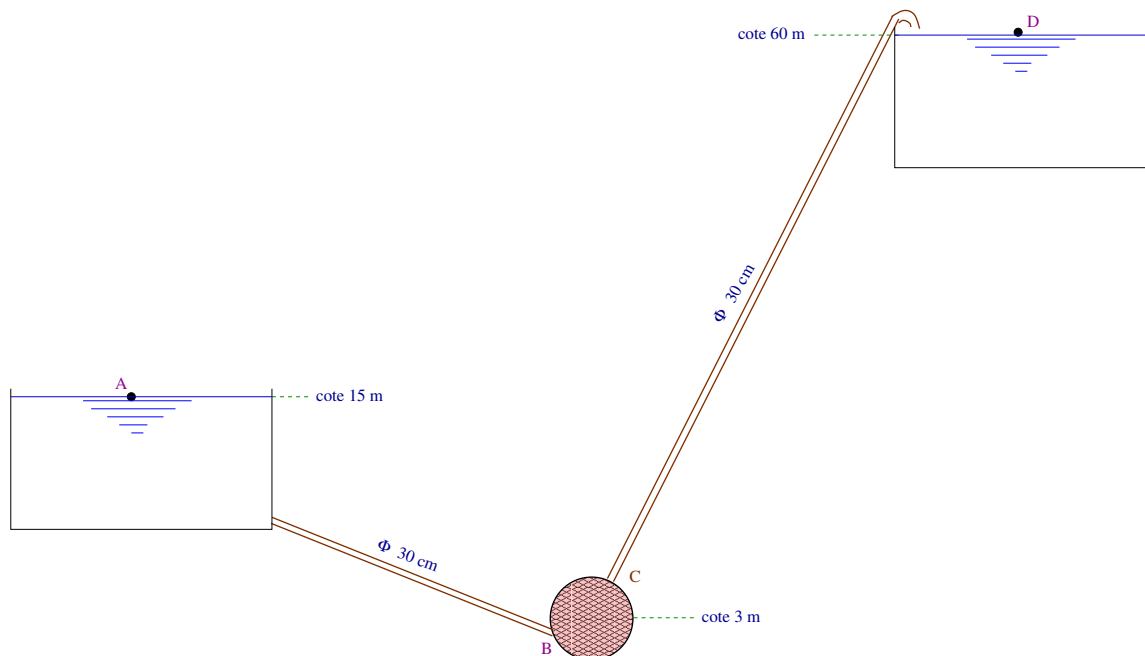


FIGURE 1.3: *Exemple d'application. Alimentation d'un réservoir par une pompe.*

* La puissance fournie est donnée par : $P_f = \Delta p_{BC} Q_v = \rho g H_p Q_v$

H_p étant la hauteur fournie par la pompe.

Appliquons l'équation (1.29) entre les points A et D :

$$W_{AD} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} = W_{BC}$$

$$W_{BC} = \frac{p_C - p_B}{\rho} + \frac{1}{2} (q_C^2 - q_B^2) + g (z_C - z_B) + g J_{BC} + \sum_B^C \zeta \frac{q^2}{2} = g H_p$$

$$W_{AB} = \frac{p_B - p_A}{\rho} + \frac{1}{2} (q_B^2 - q_A^2) + g (z_B - z_A) + g J_{AB} + \sum_A^B \zeta \frac{q^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p_B - p_A}{\rho g} + \frac{1}{2g} q_B^2 + (z_B - z_A) + H_{AB} = 0 \quad (*)$$

$$W_{CD} = \frac{p_D - p_C}{\rho} + \frac{1}{2} (q_D^2 - q_C^2) + g (z_D - z_C) + g J_{CD} + \sum_C^D \zeta \frac{q^2}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{p_D - p_C}{\rho g} - \frac{1}{2g} q_C^2 + (z_D - z_C) + H_{CD} = 0 \quad (**)$$

(*) + (**) nous donne, puisque $p_A = p_D$ et $z_C = z_B$:

$$\frac{p_B - p_C}{\rho g} + \frac{1}{2g} (q_B^2 - q_C^2) + (z_D - z_A) + H_{AB} + H_{CD} = 0$$

$$\Rightarrow -H_p + (z_D - z_A) + H_{AB} + H_{CD} = 0 \quad \text{d'où :}$$

$$H_p = (z_D - z_A) + H_{AB} + H_{CD} = 54 \text{ m}$$

$$\text{et } P_f = 762 \cdot 10 \cdot 54 \cdot 0,16 \quad \text{soit } P_f = 65,837 \text{ KW}$$

Pour tracer la ligne de charge de l'installation (Fig.1.4), il est utile de calculer les charges en A , B , C et D .

Comme on travail avec les pressions effectives, à la surface du liquide nous avons :

$$p_A = p_{eff} = p_T - p_{atm} = 0$$

* Charge en A :

$$H_A = \frac{p_A}{\rho g} + \frac{q_A^2}{2g} + z_A = z_A = 15 \text{ m.}$$

* Charge en B :

$$H_B = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{q_B^2}{2g} + z_B = H_A - H_{AB} = 15 - 2,5 = 12,5 \text{ m.}$$

* Charge en C :

$$H_C = \frac{p_C}{\rho g} + \frac{q_C^2}{2g} + z_C = H_B + H_p = 12,5 + 54 = 66,5 \text{ m.}$$

* Charge en D :

$$H_D = \frac{v_D}{\rho g} + \frac{q_D^2}{2g} + z_D = z_D = H_C - H_{CD} = 66,5 - 6,5 = 60 \text{ m.}$$

Traçons maintenant la ligne piézométrique de l'installation.

Pour un écoulement permanent dans un tuyau de diamètre constant, la ligne de charge est une droite. La ligne piézométrique est parallèle à la ligne de charge et située à $\frac{q^2}{2g}$ au dessous (Fig.1.4). Pour la tracer, il faut donc calculer les valeurs suivantes :

Vitesse dans les conduites : $q = \frac{Q_v}{S} = \frac{4Q_v}{\pi D^2} = 2,263 \text{ m/s}$

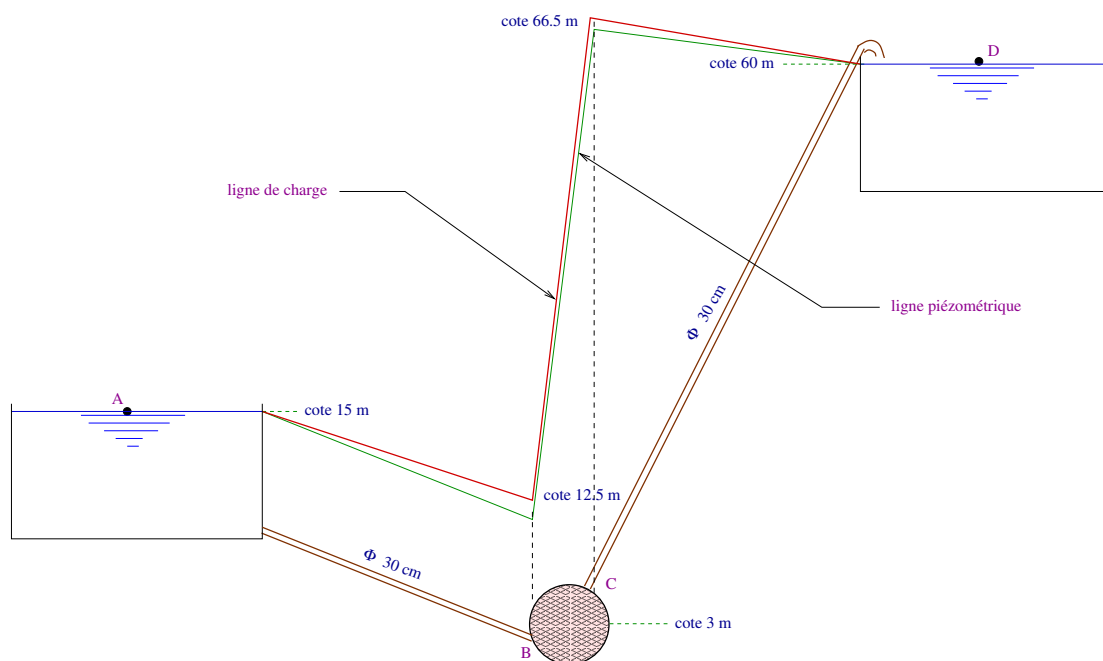


FIGURE 1.4: *Ligne de charge et ligne piézométrique de l'installation.*

Point A :

$$H_A - \frac{q_A^2}{2g} = H_A = 15 \text{ m.}$$

Point B :

$$H_B - \frac{q_B^2}{2g} = 12,5 - \frac{(2,263)^2}{2 \cdot 10} = 12,244 \text{ m.}$$

Point C :

$$H_C - \frac{q_C^2}{2g} = 66,5 - \frac{(2,263)^2}{2 \cdot 10} = 66,244 \text{ m}$$

Point D :

$$H_D - \frac{q_D^2}{2g} = H_D = 60 \text{ m}.$$

2-

Soit à calculer la perte de charge singulière due à un élargissement brusque (Fig.1.5).

On donne : $D_1 = 15 \text{ cm}$; $D_2 = 30 \text{ cm}$; $q_v = 30 \text{ l/s}$; $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

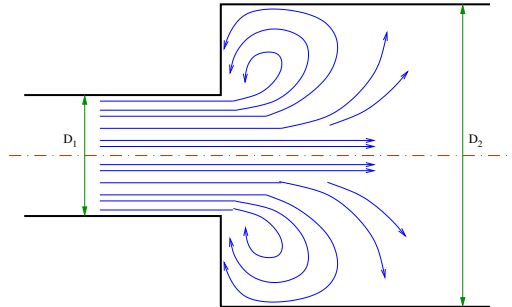


FIGURE 1.5: *Perte de charge dans un élargissement brusque.*

* Utilisons le tableau (Tab.A.1, *Annexe A.1*) : $H_s = \frac{(q_1 - q_2)^2}{2g}$

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \frac{Q_v}{S_1} = \frac{4Q_v}{\pi D_1^2} = \frac{4 \cdot 0,03}{\pi (0,15)^2} = 1,6976 \text{ m/s} \\ q_2 &= \frac{Q_v}{S_2} = \frac{4Q_v}{\pi D_2^2} = \frac{4 \cdot 0,03}{\pi (0,3)^2} = 0,4244 \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow H_s = 0,0826 \text{ m}$$

* Ou encore en utilisant la formule :

$$\zeta = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = \left(1 - \frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 = 0,5625 \Rightarrow H_s = \zeta \frac{q_1^2}{2g} = 0,0826 \text{ m}.$$

* Ou encore en utilisant le tableau (Tab.A.3) (*Annexe A.3*) on a :

$$\begin{aligned} \text{pour } D_1/D_2 = 0,4 \quad \text{on a } \zeta &= 0,7 \\ \text{pour } D_1/D_2 = 0,6 \quad \text{on a } \zeta &= 0,4 \end{aligned}$$

puisqu'on nous donne $D_1/D_2 = 0,5$ alors en faisant une interpolation linéaire nous aurons : $\zeta = 0,55$; ce qui nous donne une perte de charge singulière de $0,0808 \text{ m}$.

1.6 Pente hydraulique

Par définition, la pente hydraulique notée j (relation 1.15), représente la perte de charge par unité de longueur de la conduite (Fig.1.6).

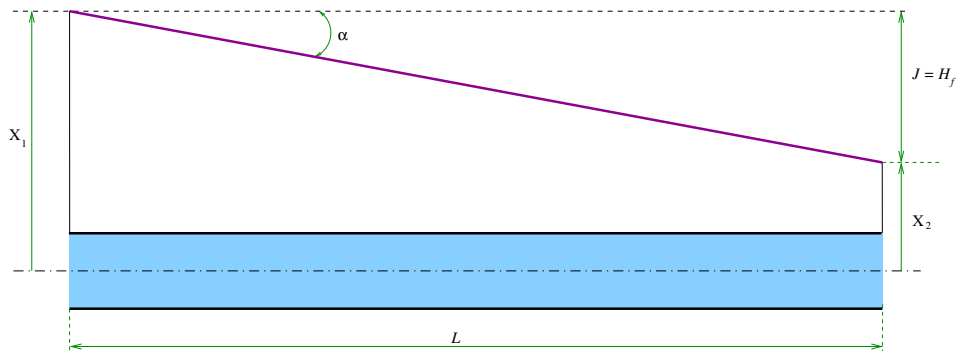


FIGURE 1.6: *Définition de la pente hydraulique.*

$$j = \tan \alpha = \frac{X_1 - X_2}{L} = \frac{J}{L} = \frac{H_f}{L} \quad (1.30)$$

Donc, connaissant α , on peut déterminer J .

Calcul des conduites

2.1 Introduction

La tuyauterie était déjà connue comme un moyen pratique de transport des liquides depuis l'antiquité. Les Chinois savaient ajuster les unes aux autres en guise de tubes les tiges creuses du bambou. Les Egyptiens et les Aztèques fabriquaient des tubes en poterie et les civilisations grecque et romaine utilisaient des tuyaux de plomb. Aux Etats-Unis même, les toutes premières canalisations d'eau potable n'étaient autres que des bûches percées et mises bout à bout.

Les besoins en énergie du monde moderne se sont considérablement développés, le pétrole et le gaz naturel ayant largement contribué à leur couverture depuis les dernières décennies. La mise en place de ces produits énergétiques a nécessité l'emploi de moyens de transport massifs, au premier rang desquels figure la *conduite*. En effet, malgré son investissement initial très lourd, le transport par conduite reste le moyen le plus efficace et on assiste depuis les dernières décennies à un développement très marqué de ce mode de transport qui présente les quelques avantages suivant, comparé aux autres moyens classiques (bateaux, wagons, camions, ...etc.) :

- Le tracé est sensiblement rectiligne et, de ce fait, la distance parcourue est plus faible, car la conduite franchit plus aisément les accidents de la géographie et du relief : fleuves, montagnes, marécages, ...etc.
- La faible emprise au sol de la conduite et son peu de nuisance lui donne un atout de poids dans les considérations à l'ordre du jour touchant la protection de la nature, l'environnement et la sécurité.
- L'énergie à dépenser est relativement faible puisqu'il n'y a pas de déplacement du contenant et pas de retour à vide.
- Son exploitation est sans aléas et indépendante des contingence atmosphériques et de ce fait spécialement adaptée à la marche en continu.

2.2 Conduites simples et conduites multiples

2.2.1 Conduites simples

Convenons d'appeler *conduite simple* une conduite dont le diamètre est constant et ne comportant aucune bifurcation. Un liquide se déplace dans une conduite grâce à la différence d'énergie potentielle entre son début (plus grande) et son bout (plus faible). Cette différence de niveaux de l'énergie peut être créée grâce à la différence des niveaux du liquide soit au travail fourni par une pompe.

Considérons une conduite simple disposée d'une façon quelconque dans l'espace (Fig.2.1) de longueur totale l et de diamètre D et qui comprend toute une série de résistances hydrauliques locales (obstacles ou accessoires). Puisque le diamètre D est constant alors la vitesse q est elle aussi constante le long de la conduite et l'équation de Bernoulli généralisée entre les sections d'entrée (1) et de sortie (2) s'écrira :

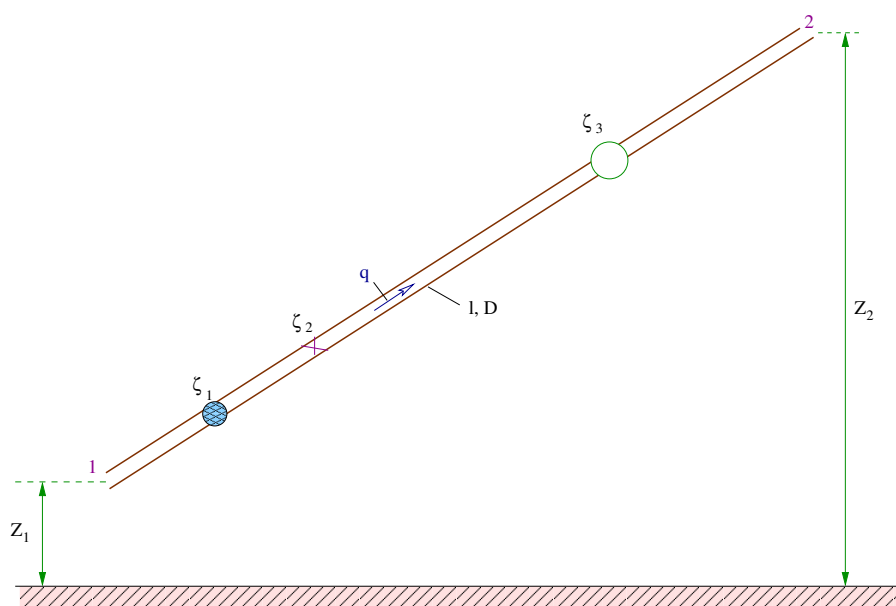


FIGURE 2.1: *Conduite simple.*

$$\frac{P_1}{\rho g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + z_2 + J_{12} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g} \quad (2.1)$$

L'expression (2.1) peut s'écrire :

$$H_{ex} = -\Delta z + \sum_1^2 h \quad (2.2)$$

où :

$\Delta z = z_1 - z_2$: est la différence de niveau entre les points (1) et (2).

$H_{ex} = \frac{P_1 - P_2}{\rho g}$: qui est appelée *hauteur exigée* et dans le cas où cette grandeur est donnée, nous l'appellerons *hauteur disponible* H_{disp} .

$$\sum_1^2 h = J_{12} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g} \quad \text{:perte de charge totale entre (1) et (2).}$$

D'après le relation (2.2), la hauteur exigée se compose de la hauteur géométrique jusqu'où s'élève le liquide au cours de son mouvement dans la conduite et de la somme de toutes les pertes de charge qui naissent dans cette conduite. Cette dernière somme est fonction du débit et on peut alors écrire :

$$H_{ex} = -\Delta z + \beta Q_v^m \quad (2.3)$$

où β et m prennent des valeurs différentes suivant le régime d'écoulement.

2.2.1.1 Cas du régime laminaire

Dans le cas où le régime d'écoulement est laminaire, nous aurons :

$$\sum_1^2 h = J_{12} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g} = \lambda \frac{l}{D} \frac{q^2}{2g} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g}$$

Pour les résistances locales et les nombres de Reynolds qui obéissent à une loi plutôt linéaire, on exprime souvent les pertes de charge locales à partir de la *longueur équivalente* l_e de la conduite, c'est-à-dire qu'on ajoute à la longueur réelle de la conduite une longueur qui correspond aux résistances locales considérées. On aura donc :

$$\sum_1^2 h = \lambda \frac{l}{D} \frac{q^2}{2g} + \lambda \frac{l_e}{D} \frac{q^2}{2g} = \frac{64}{Re} \frac{(l+l_e)}{D} \frac{1}{2g} \frac{16 Q_v^2}{\pi^2 D^4}$$

et en simplifiant :

$$\sum_1^2 h = \frac{128 \nu (l+l_e)}{\pi g D^4} Q_v \quad (2.4)$$

donc pour le régime laminaire : $m = 1$.

2.2.1.2 Cas du régime turbulent

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, nous aurons :

$$\sum_1^2 h = J_{12} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g} = \lambda \frac{l}{D} \frac{q^2}{2g} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g} = \left(\lambda \frac{l}{D} + \sum_1^2 \zeta \right) \frac{1}{2g} \frac{16 Q_v^2}{\pi^2 D^4}$$

et en simplifiant :

$$\sum_1^2 h = \left(\lambda \frac{l}{D} + \sum_1^2 \varsigma \right) \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g D^4} \quad (2.5)$$

donc pour le régime turbulent : $m = 2$.

La formule (2.3), complétée par les relations (2.4) ou (2.5), selon le régime d'écoulement, est la formule principale employée pour le calcul des conduites simples. Elle exprime la caractéristique de la conduite.

2.2.1.3 Caractéristique d'une conduite

On appelle *caractéristique d'une conduite* la hauteur exigée portée en fonction du débit. Dans le cas où le régime d'écoulement est laminaire, la caractéristique de la conduite est représentée par une droite et dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, par une parabole du second degré (si λ est constant) ou presque (compte tenu de la variation de λ en fonction de \Re_e). La grandeur Δz est négative au cas où le liquide passe d'une hauteur plus basse à une hauteur plus élevée au cours de son mouvement. Elle est positive dans le cas contraire (Fig.2.2).

Le point d'intersection A détermine le débit au cas où le liquide se déplace de lui même, c'est-à-dire seulement sous l'action de la différence de niveaux Δz . Dans ce cas, la hauteur exigée est nulle. Cette conduite est appelée *conduite à courant non forcé*.

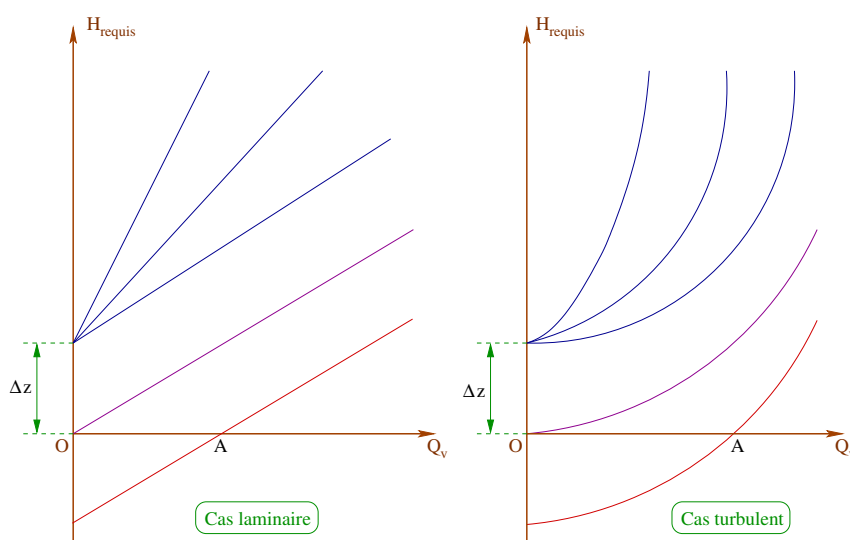


FIGURE 2.2: *Caractéristique d'une conduite.*

2.2.1.4 Problèmes posés pour le calcul d'une conduite simple

Les différents cas que nous pouvons rencontrer dans les problèmes de calcul d'une conduite simple se résument aux cas suivants :

- 1^{er} cas : sont données le débit, les propriétés physiques du liquide ainsi que les dimensions, matière et rugosité de la conduite. *On détermine alors la hauteur exigée.*
- 2^{ème} cas : sont donnés la hauteur disponible, les propriétés physiques du liquide ainsi que les dimensions, matière et rugosité de la conduite. *On détermine alors le débit.*
- 3^{ème} cas : sont donnés le débit, la hauteur disponible, les propriétés physiques du liquide ainsi que toutes les propriétés de la conduite à part le diamètre. *On détermine alors le diamètre de cette conduite.*

2.2.2 Conduites mixtes et conduites multiples

2.2.2.1 Conduite mixte

Considérons un tuyau mixte formé par exemple par 3 tronçons de longueurs et de diamètres différents, comprenant des résistances locales différentes et *reliés en série* (Fig.2.3).

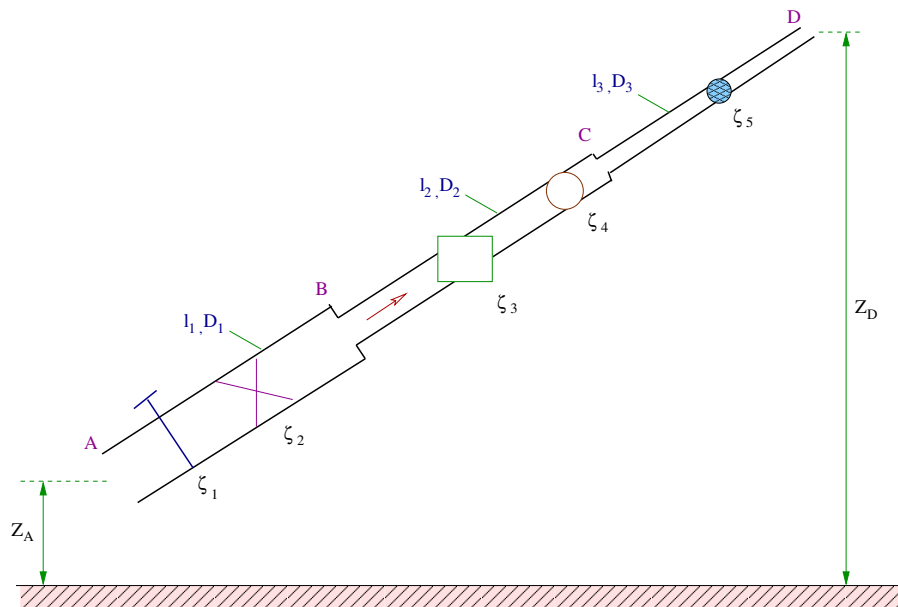


FIGURE 2.3: *Conduite mixte.*

Pour tracer la caractéristique globale de la conduite, on additionne, pour un même

débit Q_{v0} , les pertes de charge de chaque tronçon. C'est-à-dire, on additionne les ordonnées des trois caractéristiques pour une même valeur des abscisses (Fig.2.4).

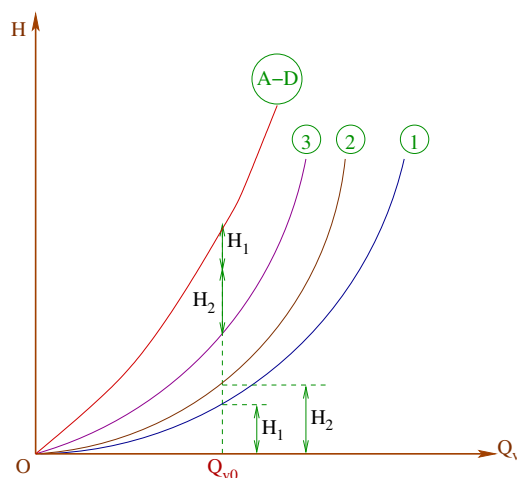


FIGURE 2.4: *Caractéristique d'une conduite mixte.*

La conservation du débit entre les point A et D nous montre que le débit qui circule dans chaque tronçon de cette conduite est le même. Par contre, la perte de charge totale entre ces deux points est égale à la somme de toutes les pertes de charge qui naissent dans chaque tronçon. Nous obtenons alors les équations principales suivantes :

$$Q_{v1} = Q_{v2} = Q_{v3}$$

$$\sum_A^D h = \sum_A^B h + \sum_B^C h + \sum_C^D h \quad (2.6)$$

Déterminons l'expression générale de cette perte de charge :

$$\sum_A^D h = J_{AD} + \sum_{i=1}^n \zeta_i \frac{q_1^2}{2g} + \sum_{j=1}^m \zeta_j \frac{q_2^2}{2g} + \sum_{k=1}^l \zeta_k \frac{q_3^2}{2g}$$

Pour la perte de charge linéaire totale :

$$J_{AD} = J_{AB} + J_{BC} + J_{CD} = \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \frac{q_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \frac{q_2^2}{2g} + \lambda_3 \frac{l_3}{D_3} \frac{q_3^2}{2g}$$

$$\Rightarrow J_{AD} = \sum_{i=1}^3 \left(\lambda_i \frac{l_i}{D_i^5} \right) \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g}$$

et les pertes de charge singulières totales :

$$h_s = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\zeta_i}{D_1^4} + \sum_{j=1}^m \frac{\zeta_j}{D_2^4} + \sum_{k=1}^l \frac{\zeta_k}{D_3^4} \right) \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g}$$

et finalement :

$$\sum_A^D h = \left\{ \sum_{i=1}^3 \lambda_i \frac{l_i}{D_i^5} + \sum_{i=1}^n \frac{\zeta_i}{D_1^4} + \sum_{j=1}^m \frac{\zeta_j}{D_2^4} + \sum_{k=1}^l \frac{\zeta_k}{D_3^4} \right\} \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g} \quad (2.7)$$

n , m et l étant respectivement les nombres de singularités présentes au niveau des trois tronçons AB , BC et CD .

- Remarque :

Dans le cas le plus général, les vitesses au début (A) et à la fin (D) de la conduite sont différentes. L'expression de la hauteur exigée pour toute la conduite mixte doit comprendre la différence des hauteurs dynamiques à la fin et au début de la conduite. L'expression (2.3) deviendra alors :

$$H_{ex} = z_D - z_A + \frac{1}{2g} (q_D^2 - q_A^2) + \sum_A^D h = -\Delta z + \alpha Q_v^2 + \beta Q_v^m \quad (2.8)$$

avec :

$$\alpha = \frac{8}{\pi^2 g} \left(\frac{1}{D_D^4} - \frac{1}{D_A^4} \right)$$

2.2.2.2 Conduite multiple

Considérons un tuyau multiple formé par exemple par 3 tronçons de longueurs et de diamètres différents, comprenant des résistances locales différentes et *reliés en parallèle* (Fig.2.5).

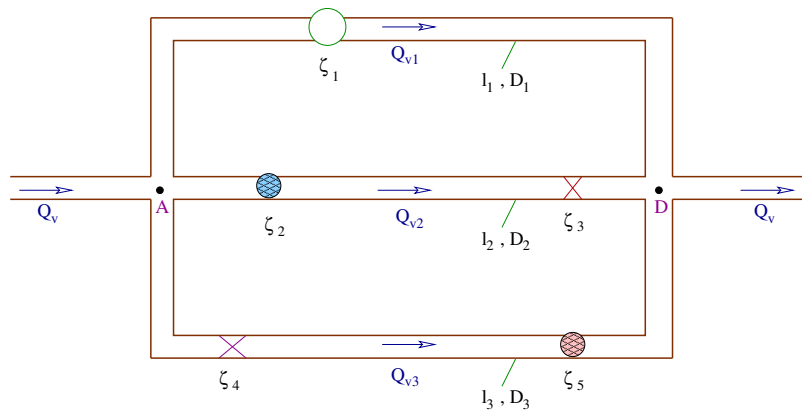


FIGURE 2.5: *Conduite multiple.*

La conservation du débit entre les point A et D nous montre que le débit qui circule dans la branche principale est égal à la somme des débits dans chaque tronçon de cette conduite. Par contre, la perte de charge totale entre ces deux points est la même dans chaque tronçon. En effet, en supposant que toutes ces branches se trouvent dans un plan horizontal, nous avons :

- Conservation du débit :

$$Q_v = Q_{v1} + Q_{v2} + Q_{v3} \quad (2.9)$$

- Equation de Bernoulli généralisée pour la branche N°1 :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{g} + z_A = \frac{p_D}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_D^2}{g} + z_D + \sum h_1$$

$$\Rightarrow \sum h_1 = \frac{p_A - p_D}{\rho g}$$

et de même pour les deux autres branches :

$$\sum h_2 = \frac{p_A - p_D}{\rho g} \quad \text{et} \quad \sum h_3 = \frac{p_A - p_D}{\rho g}$$

d'où finalement :

$$\sum_A^D h = \sum h_1 = \sum h_2 = \sum h_3 = \frac{p_A - p_D}{\rho g} \quad (2.10)$$

Ces pertes de charge peuvent être exprimées en fonction des débits correspondants sous la forme générale :

$$\begin{aligned} \sum h_1 &= \beta_1 Q_{v1}^m \\ \sum h_2 &= \beta_2 Q_{v2}^m \\ \sum h_3 &= \beta_3 Q_{v3}^m \end{aligned} \quad (2.11)$$

Les paramètres β et m se déterminent selon le régime d'écoulement, à l'aide des formules (2.4) ou (2.5).

Pour tracer la caractéristique globale de la conduite, on additionne, pour une même perte de charge H_0 , les débits de chaque tronçon. C'est-à-dire, on additionne les abscisses des trois caractéristiques pour une même valeur des ordonnées (Fig.2.6).

Les expressions que nous avons établi et qui se rapportent à des conduites multiples sont aussi applicables au cas où les tuyaux 1, 2 et 3 ne se rencontrent pas en un même

point D et amènent le liquide à des points différents à condition que la pression et la cote de leurs sections finales soient les mêmes. Au cas où cette condition n'est pas respectée, les tuyaux ne seront plus parallèles et doivent être considérés comme des conduites ramifiées (voir §2.2.3).

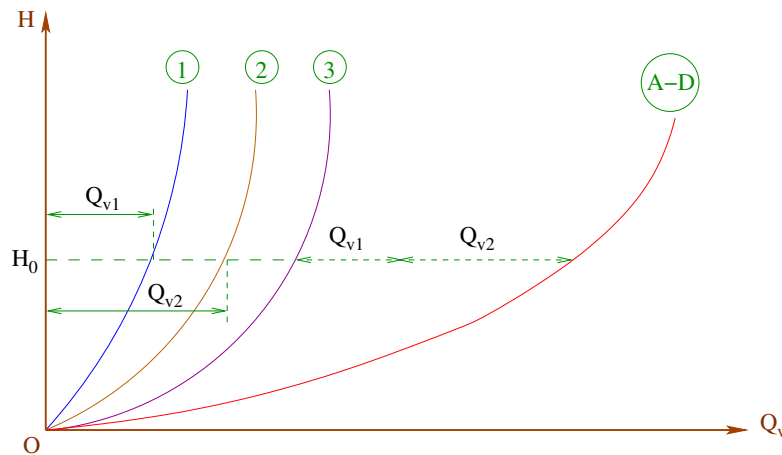


FIGURE 2.6: *Caractéristique d'une conduite multiple.*

2.2.2.3 Longueur équivalente

En pratique, les canalisations de diamètre graduellement variable ne sont utilisées que sur de très petites longueurs pour constituer des cônes ou réductions employés pour raccorder deux tuyaux de diamètres différents. La canalisation proprement dite est constituée en réalité de plusieurs tronçons successifs ayant chacun un diamètre constant. Dans un problème de distribution d'eau, il peut être commode de remplacer virtuellement une conduite mixte par une conduite de diamètre constant transportant le même débit avec la même perte de charge. Il serait alors très intéressant de déterminer la *longueur équivalente* de cette conduite. La règle approchée de Dupuit est souvent utilisée mais une formulation plus exacte pourra être aisément établie. Cette règle s'écrit :

$$l_e = \left(\frac{D}{D_1}\right)^5 l_1 + \left(\frac{D}{D_2}\right)^5 l_2 + \dots + \left(\frac{D}{D_n}\right)^5 l_n \quad (2.12)$$

- Exemple :

1- De l'huile circule du réservoir fermé A de cote 24 m par 150 m de tuyau neuf de fonte asphaltée de 15 cm de diamètre ($\varepsilon = 0,012 \text{ cm}$) au point B de cote 30 m (Fig.2.7). Quelle devra être la pression en A en kg/cm^2 pour que le débit de l'huile soit de 13 l/s ?

L'huile a une densité de 0,84 et une viscosité cinématique de $2,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

La sortie brusque du réservoir a pour coefficient de perte de charge locale $\zeta_s = 0,5$.

2- Si on veut changer ce tuyau par une conduite mixte constituée de deux tronçons montés en série de dimensions respectifs (100 m, 15 cm) et (50 m, 30 cm). Calculer le débit assuré par cette nouvelle conduite.

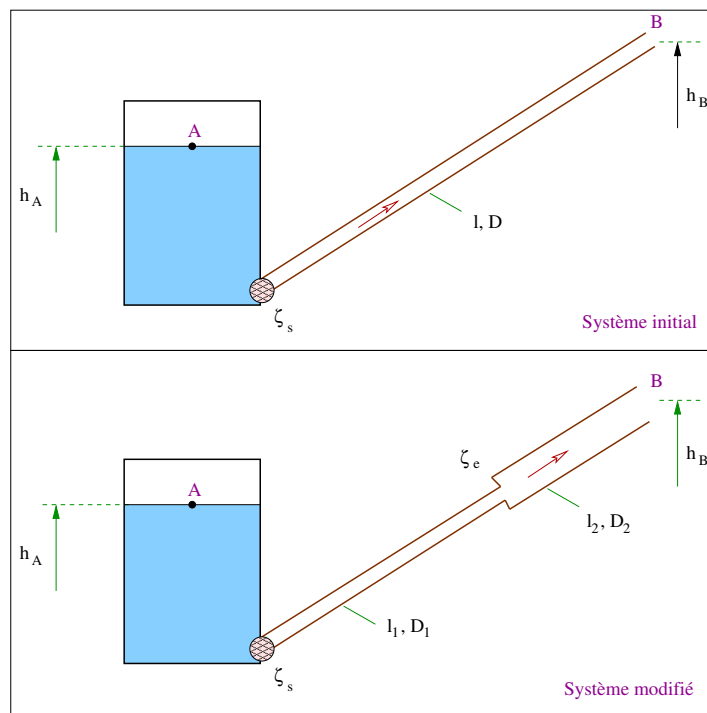


FIGURE 2.7: Exemple : Longueur équivalente.

Solution :

1- L'application de l'équation de Bernoulli généralisée entre les points A et B nous donne :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_B^2}{g} + z_B + J_{AB} + \sum_A^B \zeta_s \frac{q^2}{2g}$$

En simplifiant cette équation ($q_A = 0$ et $p_B = 0$) et en remplaçant les expressions des pertes de charges on aura :

$$P_A = \frac{8\rho Q_v^2}{\pi^2 D^4} + \rho g (z_B - z_A) + \frac{8\rho \lambda l Q_v^2}{\pi^2 D^5} + \frac{8\rho \zeta_s Q_v^2}{\pi^2 D^4}$$

Pour trouver la pression, il faut donc calculer le coefficient de pertes de charge linéaire λ . Pour cela, il faut d'abord déterminer le régime d'écoulement :

* Déterminons d'abord la vitesse de l'écoulement :

$$q = \frac{4Q_v}{\pi D^2} = 0,735 \text{ m/s.}$$

Le nombre de Reynolds est :

$$\Re_e = \frac{Dq}{\nu} = 52546.4$$

et par suite, le régime d'écoulement est turbulent rugueux.

* Calculons maintenant le coefficient λ par la relation de Colebrook-White :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{2,51}{\Re_e \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71 D} \right] \Rightarrow \lambda = \frac{0,25}{\log^2 \left[\frac{2,51}{\Re_e \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3,71 D} \right]}$$

Cette équation non linéaire sera résolue par la méthode de Newton en commençant par la valeur initiale $\lambda = 0,02$. Nous aurons alors au bout de 5 itérations :

itération 1 : $\lambda = 0,023567$

itération 2 : $\lambda = 0,023260$

itération 3 : $\lambda = 0,023284$

itération 4 : $\lambda = 0,023282$

itération 5 : $\lambda = 0,023282$

La perte de charge linéaire associée est :

$$J = h_f = \lambda \frac{l}{D} \frac{q^2}{2g} = 0,63 \text{ m.}$$

La perte de charge singulière est :

$$h_s = \zeta_s \frac{q^2}{2g} = 0,0135 \text{ m.}$$

Finalement la pression au point A est de 56033 N/m^2 ou $0,56 \text{ kg/cm}^2$.

2- Dans le but de simplifier, utilisons la formule de Blench pour le calcul des coefficients λ_1 et λ_2 :

$$\lambda_1 = 0,79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D_1}} = 0,022344 \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 0,79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{D_2}} = 0,015800.$$

Pour que les deux systèmes soient équivalents, il faut maintenir la même perte de charge pour les deux, c'est-à-dire :

$$\sum h = J + h_s = 0,6435 \text{ m} \quad (*).$$

Pour le système équivalent, nous avons :

$$\sum_A^B h = \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \frac{q_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \frac{q_2^2}{2g} + \zeta_s \frac{q_1^2}{2g} + \zeta_e \frac{q_1^2}{2g} \quad (**)$$

où ζ_e est le coefficient de perte de charge singulière de l'élargissement brusque. Il peut être calculé par la relation suivante :

$$\zeta_e = \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2 = 0,5625.$$

En introduisant l'équation de continuité : $q_1 D_1^2 = q_2 D_2^2$, en remplaçant toutes les valeurs numériques dans l'équation (**) et en égalisant avec l'équation (*), on obtient l'équation suivante :

$$0,80617331 q_1^2 = 0,6435$$

d'où la vitesse du fluide dans le premier tronçon : $q_1 = 0,8934 \text{ m/s}$.

Finalement, le débit véhiculé par le nouveau système équivalent sera :

$$Q_v = q_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = 0,015788 \text{ m}^3/\text{s}, \text{ soit environ } 15,8 \text{ l/s}.$$

Essayons maintenant d'établir une formule plus exacte que celle de Dupuit à partir de cet exemple :

En appliquant directement la relation de Dupuit, on aura la longueur équivalente du nouveau système :

$$l_e = \left(\frac{D}{D_1} \right)^5 l_1 + \left(\frac{D}{D_2} \right)^5 l_2 = \left(\frac{0,15}{0,15} \right)^5 100 + \left(\frac{0,15}{0,3} \right)^5 50 = 101,56 \text{ m}$$

Nous avons d'une part, pour la conduite mixte :

$$\begin{aligned} \sum_1^2 h &= J_{12} + \sum_1^2 \zeta \frac{q^2}{2g} = \lambda_1 \frac{l_1}{D_1} \frac{q_1^2}{2g} + \lambda_2 \frac{l_2}{D_2} \frac{q_2^2}{2g} + \zeta_e \frac{q_1^2}{2g} \\ \sum_1^2 h &= \left(\lambda_1 \frac{l_1}{D_1^5} + \lambda_2 \frac{l_2}{D_2^5} \right) \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g} + \frac{\zeta_e}{D_1^4} \frac{8 Q_v^2}{\pi^2 g} \end{aligned}$$

et d'autre part, pour la conduite simple :

$$\sum_1^2 h = \lambda \frac{l_e}{D} \frac{q^2}{2g} = \left(\lambda \frac{l_e}{D^5} \right) \frac{8Q_v^2}{\pi^2 g}$$

et en combinant les deux parties, nous aurons :

$$\lambda \frac{l_e}{D^5} = \lambda_1 \frac{l_1}{D_1^5} + \lambda_2 \frac{l_2}{D_2^5} + \frac{\zeta}{D^4}$$

et en fin la longueur équivalente :

$$l_e = \left(\frac{D}{D_1} \right)^5 \frac{\lambda_1}{\lambda} l_1 + \left(\frac{D}{D_2} \right)^5 \frac{\lambda_2}{\lambda} l_2 + \left(\frac{D}{D_1} \right)^4 \frac{\zeta_e}{\lambda} D$$

En appliquant cette dernière formule, nous aurons une longueur équivalente $l_e = 100,65 \text{ m}$.

2.2.3 Conduites ramifiées

Convenons d'appeler *conduite ramifiée* un ensemble de plusieurs conduites simples comportant une bifurcation. Soit une conduite principale qui se ramifie au point A , par exemple, en trois tuyaux de dimensions différentes et comportant différentes résistances hydrauliques locales (Fig.2.8).

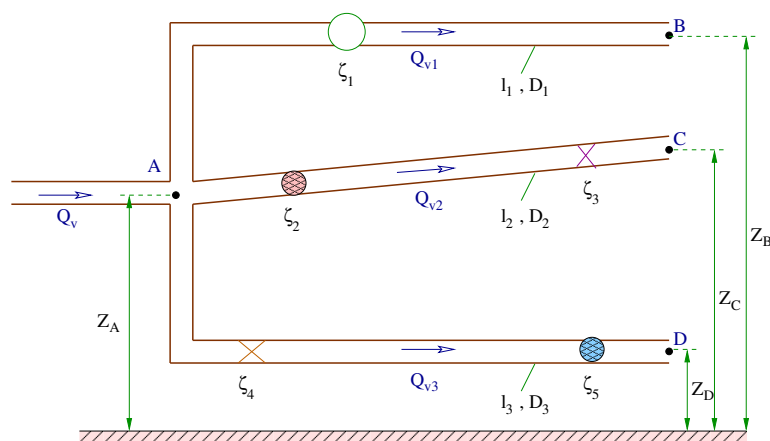


FIGURE 2.8: *Conduite ramifiée.*

Les cotes et les pressions des sections finales B , C et D pouvant être différentes, déterminons la relation qui existe entre la pression P_A et les débits dans les branches

AB , AC et AD . La conservation du débit volumique nous donne tout de suite, comme pour une conduite multiple :

$$Q_v = Q_{v1} + Q_{v2} + Q_{v3} \quad (2.13)$$

L'équation de Bernoulli généralisée pour la branche N°1 nous donne :

$$\frac{p_A}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_A^2}{g} + z_A = \frac{p_B}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{q_B^2}{g} + z_B + \sum h_1$$

En faisant abstraction de la différence des hauteurs dynamiques :

$$\Rightarrow \frac{p_A}{\rho g} = \frac{p_B}{\rho g} + (z_B - z_A) + \sum h_1$$

En regroupant les deux premiers termes du membre droit et en exprimant les pertes de charge en fonction du débit, comme nous l'avons fait ci-dessus (relations 2.11), nous aurons pour les trois branches :

$$\begin{aligned} \frac{p_A}{\rho g} &= z_1 + \beta_1 Q_{v1}^m \\ \frac{p_A}{\rho g} &= z_2 + \beta_2 Q_{v2}^m \\ \frac{p_A}{\rho g} &= z_3 + \beta_3 Q_{v3}^m \end{aligned} \quad (2.14)$$

avec :

$$z_1 = \frac{p_B}{\rho g} + (z_B - z_A) \quad ; \quad z_2 = \frac{p_C}{\rho g} + (z_C - z_A) \quad ; \quad z_3 = \frac{p_D}{\rho g} + (z_D - z_A)$$

Nous obtenons ainsi un système de quatre équations à quatre inconnues : Q_{v1} , Q_{v2} , Q_{v3} et P_A . Ce système pourra éventuellement être résolu par voie graphique de la manière suivante : On trace, en premier lieu, la caractéristique de chacun des tuyaux comme la variation de $\frac{P_A}{\rho g}$ en fonction de Q_v , en se servant des équations que nous venons d'obtenir ; ensuite on additionne ces caractéristiques de la même façon que pour les tuyaux reliés en parallèle, c'est-à-dire que nous devons additionner les abscisses (Q_v) pour une même valeur des ordonnées ($H = \frac{P_A}{\rho g}$) (Fig.2.9).

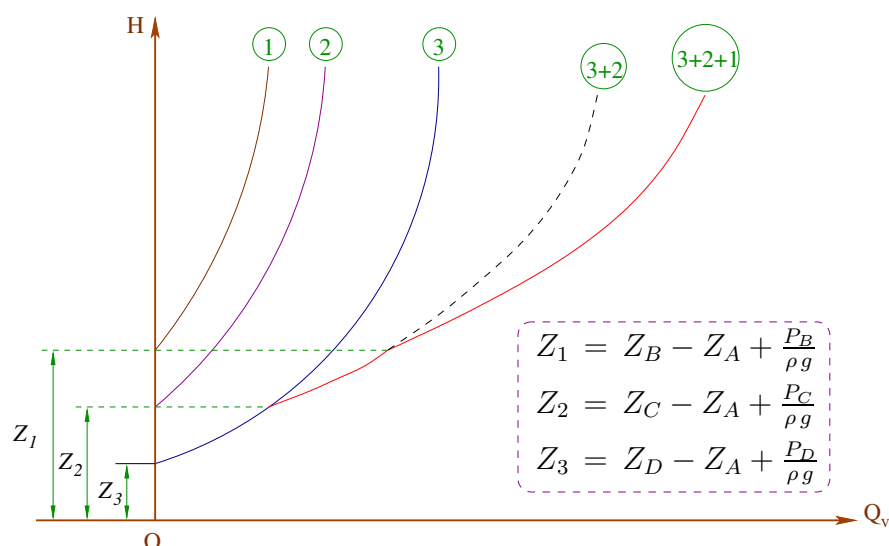


FIGURE 2.9: *Caractéristique d'une conduite ramifiée.*

La courbe en cascade que nous obtenons de cette manière est la caractéristique de la conduite ramifiée qui permet de déterminer la valeur des débits d'après la pression P_A et vice versa.

- Remarque :

Dans le cas où l'écoulement du fluide s'effectue dans le sens inverse, c'est-à-dire des points B , C et D vers le point A , les pertes de charge dans les équations précédentes changent de signe et doivent être portées vers le bas au cours du tracé des courbes.

2.2.4 Conduites complexes

Nous appellerons *conduite complexe* une conduite qui comprend une ou plusieurs ramifications.

Le calcul des conduites complexes aussi bien à écoulement libre qu'à alimentation par pompe s'effectue en général par voie grapho-analytique, c'est-à-dire à l'aide des caractéristiques.

Le calcul et le tracé de la caractéristique d'une conduite complexe s'effectue de la manière suivante. La conduite complexe doit être divisée en conduites simples dont chacune doit être calculée séparément puis on trace leurs caractéristiques ainsi qu'il a été décrit ci-dessus. Ensuite, on additionne les caractéristiques des éléments parallèles ou bien des éléments constituant une ramification, suivant les lois établies au § 2.2.2. De cette façon, on obtient les caractéristiques des conduites multiples aussi bien que ramifiées. Ensuite, on additionne les caractéristiques que l'on vient d'obtenir avec les caractéristiques des conduites mixtes, selon les formules (2.6).

En se basant sur ce principe, on peut tracer la caractéristique de n'importe quelle conduite complexe, aussi bien dans le cas où l'écoulement est laminaire que celui où il est turbulent.

2.3 Problèmes économiques relatifs aux conduites

Dans le cas d'un circuit industriel comportant une pompe ou une turbine, le diamètre de la conduite n'est pas imposé par les lois de l'écoulement. Il sera le plus souvent déterminé par des considérations économiques.

Si on choisit un petit diamètre, les frais d'investissement seront plus faibles, mais les pertes de charge en exploitation plus élevées (ce qui correspond à une dépense pour une pompe et à un manque à gagner pour une turbine). Au contraire, si on augmente le diamètre, les frais d'investissement augmentent et les pertes d'énergie en exploitation diminuent.

La solution idéale consiste à choisir un compromis entre ces deux choix comme l'indique la figure (Fig.2.10) ci-dessous. C'est-à-dire que le diamètre optimal est celui pour lequel la dépense annuelle totale de l'installation est minimale.

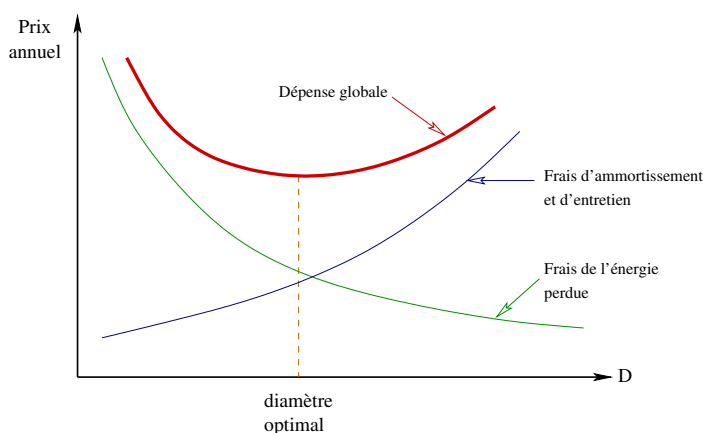


FIGURE 2.10: *Diamètre optimal d'une conduite.*

- Remarque :

Pour de petites installations courantes, cette méthode approximative conduit le plus souvent à des vitesses d'écoulement de l'ordre de 1 m/s pour l'eau et 10 m/s pour le gaz. Elle n'est pas absolument valable dans tous les cas, d'autres facteurs pouvant intervenir comme le risque de *coups de béliers*, l'impossibilité d'admettre de

trop grandes variations de charge en fonction du débit, l'utilisation de conduites de diamètre et d'épaisseur variables pour l'alimentation des turbines à haute pression, ...etc.

2.4 Calcul de l'épaisseur d'une conduite

Le fait de remplir un tube de fluide (liquide ou gaz) et de porter ce fluide à une certaine pression engendre des contraintes dans la matière du tube (acier ou autre). Lorsque la pression s'accroît, le tube commence par se déformer puis rompt. Cette rupture doit être évitée à tout prix car les produits transportés sont généralement très cher ou très dangereux.

Pour éviter la rupture ou la déformation permanente, avec un certain coefficient de sécurité, la contrainte τ engendrée par la pression dans le tube doit être limitée à la valeur fournie par la réglementation :

$$\tau < \tau_{max}$$

τ_{max} est la contrainte admissible maximale, elle est donnée par la réglementation et dépend du produit transporté par la conduite (gaz, pétrole, eau, produits chimiques,...etc.).

τ est calculée par la formule générale (2.15) qui suppose, pour les dimensions courantes, que l'épaisseur de la paroi est suffisamment faible pour que l'on puisse admettre l'hypothèse de contraintes également réparties sur tout le long de la section d'un tube :

$$\tau = \frac{P \cdot D}{2e} \quad (2.15)$$

où :

- τ : contrainte tangentielle ;
- P : pression de service dans la conduite ;
- D : diamètre de la conduite ;
- e : épaisseur de la conduite.

D'où l'on tire l'épaisseur minimale de la conduite qui doit résister à cette pression de service :

$$e > \frac{P D}{2 \tau_{max}} \quad (2.16)$$

On choisit, bien sûr, la valeur maximale normalisée.

2.5 Exercices

R1 : De l'huile de viscosité dynamique $0,0103 \text{ kg/m.s}$ et de densité $0,85$ circule dans 3 km de conduite en fonte de 30 cm de diamètre au rythme de 44 l/s .

Quelle est la perte de charge dans le tuyau.

On donne :

- pour le régime laminaire : $\lambda = \frac{64}{Re}$;
- pour le régime turbulent : $\lambda = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$.

Rép : $5,487 \text{ m}$.

R3 : Quelle est la puissance nécessaire pour transporter dans une conduite horizontale de $0,1 \text{ m}$ de diamètre et 10 km de long, $50 \text{ m}^3/\text{h}$ d'une huile de masse volumique 950 kg/m^3 et de viscosité dynamique $\mu = 0,2 \text{ kg/m.s}$.

Quel est l'inconvénient d'utiliser une seule pompe pour véhiculer ce débit ? Justifiez.

Rép : $157,4 \text{ kW}$.

R4 : Un réservoir A dont le niveau demeure constant à la cote 600 m alimente un réservoir B dont le niveau demeure aussi constant à la cote 520 m . La conduite d'alimentation, en fonte usagée, est constituée par : passage du réservoir A à la conduite par une entrée à arête vive ($\zeta_1 = 1,0$) ; tronçon de 200 m de longueur et 100 mm de diamètre ; tronçon de 300 m de longueur et 200 mm de diamètre ($\zeta_2 = 0,6$) ; robinet-vanne de 200 mm de diamètre ($\zeta_3 = 0,1$) ; tronçon de 100 m de longueur et 200 mm de diamètre ; entrée à arête vive dans le réservoir B ($\zeta_4 = 0,5$). Déterminer le débit véhiculé.

Les coefficients de pertes de charge linéaire des deux conduites sont respectivement $0,048$ et $0,038$.

Rép : $0,031 \text{ m}^3/\text{s}$.

R5 : De l'huile de viscosité cinématique $2.10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ et de masse volumique 950 kg/m^3 circule dans 100 m de conduite ($\varepsilon/D = 0,0002$) de 30 cm de diamètre avec une perte de charge linéaire de 8 m .

Trouver la vitesse moyenne ainsi que le débit véhiculé par cette conduite.

On supposera le régime turbulent et on utilisera la relation suivante :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.71 D} \right).$$

Rép : $4,89 \text{ m/s}$; $0,345 \text{ m}^3/\text{s}$.

R6 : On considère le système de conduites schématisé ci-dessous.

On donne :

$P_A = 0,550 \text{ N/mm}^2$; $Z_A = 30,5 \text{ m}$; $Z_B = 24,3 \text{ m}$; $Q_v = 340 \text{ l/s}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$; $L_1 = 914 \text{ m}$; $L_2 = 608 \text{ m}$; $L_3 = 1216 \text{ m}$; $D_1 = 300 \text{ mm}$; $D_2 = 200 \text{ mm}$; $D_3 = 400 \text{ mm}$; $\lambda_1 = 0,005$; $\lambda_2 = 0,0045$; $\lambda_3 = 0,0043$.

On négligeant les pertes de charge locales calculer :

- 1- Le débit qui circule dans chaque tronçon.
- 2- La pression au point B.

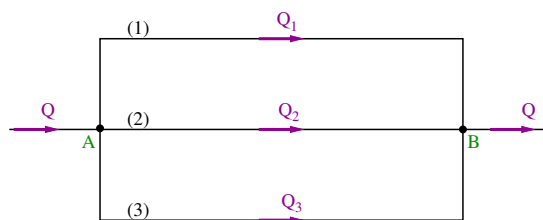


FIGURE 2.11: R6.

Rép : 1) $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$; $0,047 \text{ m}^3/\text{s}$; $0,192 \text{ m}^3/\text{s}$;
2) $6,108.10^5 \text{ N/m}^2$.

R8 : Déterminer la pression P_1 exigée à la sortie de la pompe de gavage d'un avion à débit de kérosène 1200 kg/h , la longueur de la conduite en Duralumin allant du réservoir d'alimentation jusqu'à la pompe principale est de 5 m , son diamètre est 15 mm , la pression P_2 exigée à l'entrée de la pompe principale est de $0,3 \text{ bar}$, la viscosité cinématique du kérosène est $0,045 \text{ cm}^2/\text{s}$ et sa masse volumique 820 kg/m^3 .

On donne :

- pour le régime laminaire : $\lambda = \frac{64}{\mathcal{R}_e}$;
- pour le régime turbulent : $\lambda = \frac{0,316}{\mathcal{R}_e^{0,25}}$.

N.B : Ne pas tenir compte de la hauteur du liquide dans le réservoir.

Légende :

- 1- Réservoir d'alimentation.
- 2- Pompe de gavage.
- 3- Coudes ($\zeta_c = 1.2$).
- 4- Capteur du débitmètre ($\zeta_{cd} = 7$).
- 5- Robinet de fermeture ($\zeta_r = 1.5$).
- 6- Filtre ($\zeta_f = 2$).
- 7- Pompe principale à carburant.
- 8- Réacteur ou chambre de combustion.

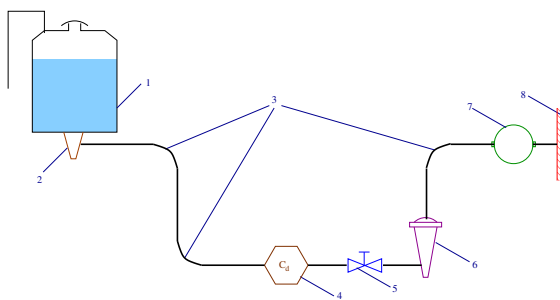


FIGURE 2.12: R8.

Rép : $1,85 \text{ bar}$.

R10 : Une conduite horizontale de diamètre intérieur 100 mm et de longueur 200 m est attachée au fond d'un grand réservoir d'eau. Le coefficient de perte de charge de la sortie du

réservoir est de $0,5$. Déterminer la hauteur d'eau qui doit être maintenue dans le réservoir pour produire un débit de $0,03 \text{ m}^3/\text{s}$.

On donne :

Viscosité cinématique de l'eau : $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Rugosité relative de la conduite $0,0002$.

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de Colebrook-White.

Rép : $15,68 \text{ m}$.

R12 : Calculer la puissance de la pompe pour transporter l'eau de A à D .

On donne :

- $Q_v = 10 \text{ l/s}$; $\varepsilon = 0,1 \text{ mm}$; $z_A = 5 \text{ m}$; $z_D = 47 \text{ m}$;
- $L_a = 15 \text{ m}$; $D_a = 125 \text{ mm}$; $L_r = 925 \text{ m}$; $D_r = 80 \text{ mm}$;
- C_r : Crépîne ($\zeta_{cr} = 3$) ;
- C_l : Clapet ($\zeta_{cl} = 1.2$) ;
- C_d : Coude ($\zeta_{cd} = 0.134$) ; E_r : Entrée de réservoir ($\zeta_{Er} = 1$) ;
- Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de Colebrook-White.

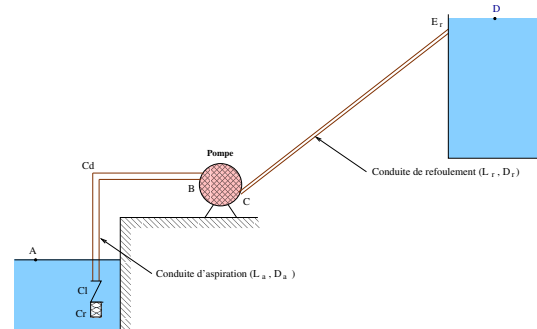


FIGURE 2.13: R12.

Rép : $9,31 \text{ kW}$.

R13 : La pompe montrée sur la figure apporte à l'eau une puissance de 25 kW et provoque un débit volumique de $0,04 \text{ m}^3/\text{s}$. Déterminer le débit qui sera véhiculé si on enlève la pompe du système. On suppose que dans les deux cas (avec ou sans pompe) le coefficient de perte de charge linéaire est $\lambda = 0,016$ et que les pertes de charge singulières sont négligeables dans tout le système.

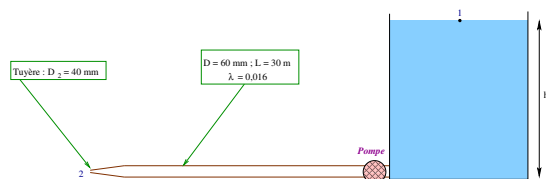


FIGURE 2.14: R13.

Rép : $0,0288 \text{ m}^3/\text{s}$.

R14 : Trouver le débit en l/s qui circule dans la conduite pour $H = 10 \text{ m}$.

On donne : $l_1 = 30 \text{ m}$; $l_2 = 12 \text{ m}$; $l_3 = 60 \text{ m}$;
 $D = 15 \text{ cm}$; $\lambda = 0,023$; $\zeta_{SR} = 0,5$;

$\zeta_C = 0,9$; $\zeta_S = 10$.

- Déterminer H si le débit véhiculé est de 60 l/s .

La rugosité relative de la conduite est $0,0017$.

Dans le cas du régime turbulent, utiliser la relation de Colebrook-White.

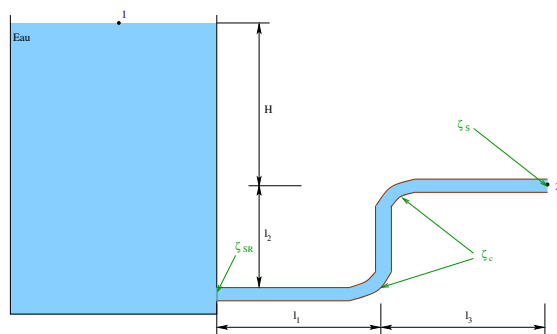


FIGURE 2.15: R14.

Rép : $46,45 \text{ l/s}$; $16,614 \text{ m}$.

R15 : On pompe de l'huile de densité $0,86$ par un tuyau horizontal de diamètre 5 cm et de longueur 300 m . Le débit véhiculé est de $1,2 \text{ l/s}$ et la perte de charge entre les extrémités du tuyau vaut 206 kPa . En faisant l'hypothèse d'un régime d'écoulement laminaire que l'on justifiera à posteriori, calculer les viscosités cinématique et dynamique de l'huile.

Rép : $102.10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $0,0877 \text{ kg/m.s}$.

R16 : Soit deux réservoirs A et B situés respectivement aux cotes Z_A et Z_B . Ils sont reliés par 3 conduites 1, 2 et 3 disposées en parallèle et de diamètres respectifs D , $2D$ et $3D$. Ces conduites ont la même longueur L et le même coefficient de perte de charge linéaire. En négligeant les pertes de charge singulières calculer les débits volumiques dans les conduites 2 et 3 sachant que celui dans la conduite 1 est $Q_{v1} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$.

Rép : $Q_{v2} = 0,2828 \text{ m}^3/\text{s}$;

$Q_{v3} = 0,7794 \text{ m}^3/\text{s}$.

R17 : De l'eau circule par gravité entre deux grands réservoirs à travers une conduite de longueur $L = 250 \text{ m}$ et de rugosité relative $0,003$ et de rugosité moyenne $0,15 \text{ mm}$. Trouver la différence de hauteur $(Z_1 - Z_2)$ entre les réservoirs afin de maintenir un débit de $0,007 \text{ m}^3/\text{s}$.

On donne :

$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$; $\zeta_{ER} = 0,5$;
 $\zeta_{SR} = 1,0$.

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de C-W.

Rép : 88,107 m.

R18 : De l'eau circule par gravité entre deux grand réservoirs à travers une conduite ($L = 4500\text{ m}$, $D = 4\text{ cm}$) de rugosité relative 0,003. Trouver le débit en m^3/h qui circule dans cette conduite si la différence de hauteur entre les réservoirs est de 100 m et si les pertes de charge sont négligeables.

On supposera que le régime d'écoulement est turbulent et on utilisera la relation de Colebrook-White.

Rép : $Q_v = 3,492\text{ m}^3/\text{h}$.

R19 : De l'eau circule par gravité entre deux grand réservoirs à travers une conduite de longueur $L = 1000\text{ m}$ et de rugosité moyenne 3 mm avec un débit de $1\text{ m}^3/\text{s}$. Si la différence de hauteur entre les réservoirs est de 10 m et si les pertes de charge sont négligeables, calculer le diamètre de cette conduite.

On supposera que le régime d'écoulement est turbulent et on utilisera la relation de Colebrook-White.

Rép : $D = 0,748\text{ m}$.

R20 : L'eau est drainée d'un grand réservoir pressurisé ($P_1 = 50\text{ KPa}$) à travers une conduite ($L = 200\text{ m}$, $D = 0,1\text{ m}$, $\varepsilon = 0,0008\text{ m}$). Le travail communiqué à la turbine est de $1,16\text{ KJ/Kg}$. Calculer le débit véhiculé par cette conduite.

On supposera que le régime d'écoulement est turbulent, et on utilisera la relation de Colebrook-White.

On donne :

$$h = 200\text{ m} ; \zeta_v = 5,0 ; \zeta_c = 1,0.$$

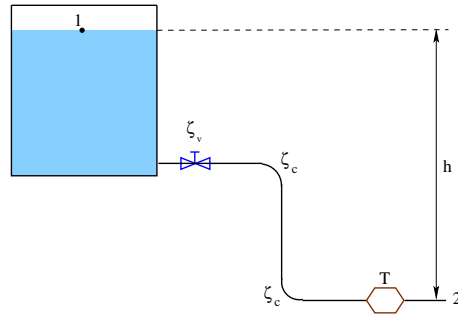


FIGURE 2.16: R20.

Rép : $Q_v = 0,0375\text{ m}^3/\text{s}$.

R21 : On considère le système de conduites schématisé ci-dessous avec :

$$Q_v = 147\text{ l/s} ; g = 9,81\text{ m/s}^2 ; L_1 = 914\text{ m} ; D_1 = 300\text{ mm} ; \lambda_1 = 0,005 ; L_2 = 608\text{ m} ; D_2 = 200\text{ mm} ; \lambda_2 = 0,0045.$$

En négligeant les pertes de charge locales calculer le débit d'eau qui circule dans chaque tronçon.

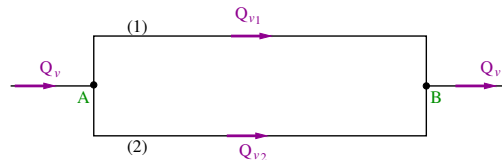


FIGURE 2.17: R21.

Rép : $0,1000\text{ m}^3/\text{s} ; 0,047\text{ m}^3/\text{s}$.

R22 : De l'eau est pompée d'un grand réservoir vers un autre à travers une conduite horizontale ($L = 30\text{ m}$, $D = 30\text{ cm}$). En négligeant les pertes de charge locales déterminer la puissance maximale de la pompe pour que l'écoulement reste laminaire.

Rép : $P_{max} = 0,0043\text{ W}$.

R31 : Calculer la pression nécessaire à la sortie de la pompe pour élever l'eau jusqu'à un grand réservoir avec un débit volumique de $0,01 \text{ m}^3/\text{s}$. Les pertes de charge singulières sont négligeables dans tout le système et on utilisera, dans le cas du régime turbulent, la relation de C-W.

On donne :

$$D = 75 \text{ mm}; L = 100 \text{ m}; \varepsilon = 0,15 \text{ mm}; h = 10 \text{ m}.$$

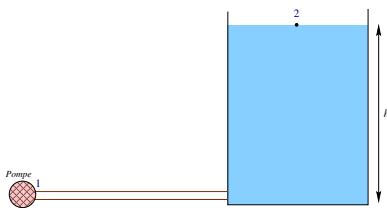


FIGURE 2.18: R31.

Rép : $2,8 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

R32 : Une conduite en acier transporte de l'eau au rythme de $2,035 \text{ m}^3/\text{s}$ avec une vitesse de $1,8 \text{ m/s}$, la pression de service étant de $17,70 \text{ kg/cm}^2$. Quelle est l'épaisseur minimale de cette conduite sachant que la contrainte admissible maximale donnée par réglementation est de 1130 kg/cm^2 .

Rép : $0,94 \text{ cm}$.

R33 : De l'huile circule d'un grand réservoir fermé A (cote 24 m) à travers 150 m de conduite neuve de 15 cm de diamètre et de rugosité absolue $0,012 \text{ cm}$ au point B (cote 30 m) sortant à l'atmosphère. Quelle devra être la pression en A en kg/cm^2 pour que le débit de l'huile soit de 13 l/s .

La densité de l'huile est de $0,84$ et sa viscosité cinématique de $2,1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$. Le coefficient

de perte de charge de la sortie du réservoir est de $0,5$.

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de C-W.

Rép : $1,57 \text{ kg/cm}^2$.

R35 : Un fluide de viscosité cinématique ν s'écoule dans une conduite mixte formée par deux tronçons en série de diamètres respectifs 250 mm et 150 mm . Si le nombre de Reynolds dans le premier tronçon est 2000 , quel sera le régime d'écoulement dans le second tronçon? Justifiez votre réponse.

Rép : $Re_2 = 3333,33$ (régime turbulent).

R37 : L'eau est drainée d'un grand réservoir A vers un grand réservoir B à travers une conduite composée de trois tronçons en série. Déterminer la dénivellation ($z_A - z_B$) pour que le débit volumique véhiculé soit de $0,11 \text{ m}^3/\text{s}$.

On donne : $L_1 = 600 \text{ m}; L_2 = 900 \text{ m};$

$L_3 = 1500 \text{ m}; D_1 = 300,0 \text{ mm};$

$D_2 = 428,5 \text{ mm}; D_3 = 535,6 \text{ mm};$

$\zeta_{SR} = 1,0; \zeta_1 = 0,3; \zeta_2 = 0,2; \zeta_{ER} = 0,5;$

$\varepsilon = 0,15 \text{ mm}$ (pour toutes les conduites).

Si le régime est turbulent, utiliser la relation de Karman-Nikuradse.

Rép : $z_A - z_B = 5,75 \text{ m}$.

R38 : Déterminer la puissance de la pompe ($Z_P = 3 \text{ m}$) qui doit faire monter un débit d'eau de 130 l/s d'un grand réservoir A ($Z_A = 13 \text{ m}$) jusqu'à un grand réservoir D ($Z_D = 65 \text{ m}$). Les conduites d'aspiration ($L_a = 120 \text{ m}; D_a = 30 \text{ cm}$) et de refoulement ($L_r = 300 \text{ m}; D_r = 25 \text{ cm}$) sont en

acier ($\varepsilon = 0.015 \text{ cm}$). Le coefficient de perte de charge local à la sortie du réservoir A est $\zeta_1 = 0.5$, celui de l'entrée du réservoir D est $\zeta_2 = 1.0$. Les pertes de charge au niveau de la pompe sont négligeables.

Tracer la ligne de charge de l'installation.

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de C-W.

Rép : $P_f = 79.351 \text{ kW}$.

R39 : Deux conduites qui se rejoignent en un point alimentent une troisième conduite en eau à 40 °C ($\nu = 0.658 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$). Sachant que le débit dans la première conduite est $Q_{v1} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$, calculer le débit volumique maximal dans la deuxième conduite pour obtenir un écoulement laminaire dans la troisième. On donne :

$$D_1 = 6 \text{ mm} ; D_2 = 5 \text{ mm} ; D_3 = 7 \text{ mm}.$$

Rép : $P_f = 79.351 \text{ kW}$.

R40 : Déterminer la puissance de la pompe ($Z_B = Z_C$) qui doit faire monter un débit d'eau de 120 l/s d'un grand réservoir A ($Z_A = 5 \text{ m}$) jusqu'à un grand réservoir D ($Z_D = 70 \text{ m}$). Les conduites d'aspiration ($L_a = 100 \text{ m}$; $D_a = 28 \text{ cm}$) et de refoulement ($L_r = 600 \text{ m}$; $D_r = 24 \text{ cm}$) sont en acier ($\varepsilon = 0.012 \text{ cm}$). Le coefficient de perte de charge local à la sortie du réservoir A est $\zeta_1 = 0.5$, celui de l'entrée du réservoir D est $\zeta_2 = 1.0$. Les pertes de charge au niveau de la pompe sont négligeables.

Tracer la ligne de charge de l'installation.

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de Colebrook-White.

Rép : $P_f = 98.166 \text{ kW}$.

R41 : Même exercice que **R21** avec les données :

$$Q_v = 180 \text{ l/s}; g = 10 \text{ m/s}^2; L_1 = 800 \text{ m}; \\ D_1 = 240 \text{ mm}; \lambda_1 = 0,0025; L_2 = 400 \text{ m}; \\ D_2 = 300 \text{ mm}; \lambda_2 = 0,0022.$$

Rép : $0,0495 \text{ m}^3/\text{s}; 0,13 \text{ m}^3/\text{s}$.

R42 : Une conduite en acier transporte de l'eau au rythme de $1,875 \text{ m}^3/\text{s}$ avec une vitesse de $2,25 \text{ m/s}$, la pression de service étant de $13,50 \text{ kg/cm}^2$. Quelle est l'épaisseur minimale de cette conduite sachant que la contrainte admissible maximale donnée par réglementation est de 150 kg/cm^2 .

Rép : $4,635 \text{ cm}$.

R43 : On veut transporter 120 l/s d'eau depuis un grand réservoir **A** vers un grand réservoir **D**. Les données du système sont dans l'ordre :

- Altitude du réservoir **A** : $Z_A = 10 \text{ m}$.
- Conduite d'aspiration : $L_a = 120 \text{ m}$; $D_a = 260 \text{ mm}$; $\varepsilon = 0,12 \text{ mm}$.

Sortie réservoir ($\zeta_{SR} = 0,5$); coude 45° ($\zeta_{C1} = 0,5$); coude 60° ($\zeta_{C2} = 0,7$); robinet ($\zeta_{R1} = 1,2$).

- Pompe **BC** : $Z_B = Z_C = 2 \text{ m}$; pertes de charges négligeables.

- Conduite de refoulement composée de deux tronçons :

$$L_{r1} = 450 \text{ m}; D_{r1} = 168 \text{ mm}; \varepsilon_1 = 0.12 \text{ mm}; \\ \text{Robinet } (\zeta_{R1} = 1,2); \text{ coude } (\zeta_{C3} = 0,9); \\ \text{élargissement brusque } (\zeta_{Eb} = 0,3).$$

$$L_{r2} = 150 \text{ m}; D_{r2} = 240 \text{ mm}; \varepsilon_2 = 0,12 \text{ mm}; \\ \text{Coude } (\zeta_{C4} = 0,35); \text{ filtre } (\zeta_F = 2,0); \text{ entrée réservoir } (\zeta_{ER} = 1,0).$$

- Altitude du réservoir **D** : $Z_D = 50 \text{ m}$.

- 1- Faire le schéma de l'installation.
- 2- Calculer la perte de charge totale à l'aspiration.
- 3- Calculer la perte de charge totale au refoulement.
- 4- Calculer la puissance de la pompe.
- 5- Tracer la ligne de charge de l'installation.
- 6- Calculer l'épaisseur minimale de la conduite de refoulement sachant que la pression de service est 10 kg/cm^2 et que la contrainte admissible maximale donnée par réglementation est de 100 kg/cm^2 .

Dans le cas où le régime d'écoulement est turbulent, utiliser la relation de Colebrook-White.

- Rép** : 2) $1,9413\text{ m}$; 3) $57,9413\text{ m}$;
4) $98,112\text{ kW}$;
6) $8,4\text{ mm}$; 12 mm .

R44 : De l'eau circule dans une turbine au rythme de $0,22\text{ m}^3/\text{s}$. La pression au niveau de la conduite d'entrée de diamètre 30 cm est de 15 N/cm^2 , celle au niveau de la conduite de sortie de diamètre 60 cm est de $-3,5\text{ N/cm}^2$. La différence de hauteur entre la sortie et l'entrée est égale à 1 m . Calculer la puissance fournie par l'eau à la turbine.

Rép : $46,1\text{ kW}$.

R45 : Si dans l'exercice **R44**, la puissance fournie par l'eau à la turbine est de 68 ch , la pression au niveau de la conduite d'entrée est de $14,5\text{ N/cm}^2$ et celle au niveau de la conduite de sortie est de $-3,4\text{ N/cm}^2$. Quelle est le débit d'eau dans les conduites.

Rép : $0,262\text{ m}^3/\text{s}$.

Analyse dimensionnelle et lois de similitude

La question de la similitude entre un modèle à échelle réduite et un prototype (système en vraie grandeur) peut être examinée à l'aide des méthodes de l'analyse dimensionnelle. Au préalable, il est utile de se livrer à quelques considérations générales sur les essais sur maquette et leurs applications pratiques.

Un essai sur modèle réduit est souvent envisagé lorsqu'on doit étudier un problème compliqué que l'on souhaite d'éviter des études coûteuses en vraie grandeur. La mise au point et l'optimisation d'un système par une étude sur modèle réduit est plus commode et moins chère. Le recours à une maquette n'est d'ailleurs pas toujours la meilleure solution et il faut d'abord se demander si des études théoriques et numériques ne peuvent pas donner à un moindre coût les réponses recherchées.

Dans l'interprétation des résultats d'essais à échelle réduite, on doit se garder de faire une transposition directe à l'échelle 1. Les maquettes ne reproduisent pas exactement les phénomènes que l'on pourra observer sur le prototype en vraie grandeur. Les différences sont liées à des défauts de similitude qui sont inhérents à la réduction d'échelle. On dit qu'il y a effet d'échelle.

Malgré ces difficultés, les essais sur modèle sont nécessaires dans un grand nombre d'applications technologiques. Ce type d'essai est couramment pratiqué dans le domaine de l'hydraulique pour l'étude de barrages et de canaux. Des modèles permettent aussi d'envisager l'interaction entre la houle et des structures marines comme les plate-formes de forage pétroliers, les ports ou les navires.

Dans le domaine aérospatial, les essais en soufflerie restent un élément indispensable à la conception des avions, des hélicoptères, des missiles ou des fusées. On étudie sur maquette les coefficients aérodynamiques, le comportement aux grandes incidences, le flottement aéroélastique, ...etc.

Dans le domaine de génie des procédés, l'essai sur modèle des réacteurs chimiques fait partie de la pratique courante. Les effets d'échelle sont particulièrement sensibles dans ce contexte ; on est ainsi souvent amené à construire des modèles à plusieurs

échelles pour s'assurer que le prototype aura le comportement souhaité.

3.1 Géométrie des maquettes

Si les formes de la maquette et du prototype sont homothétiques, on dit que les deux systèmes sont géométriquement semblables. Cette similitude est généralement adoptée dans la plupart des modèles. On trouve cependant des situations dans lesquelles la similitude géométrique ne peut être totalement respectée. C'est le cas, par exemple, des systèmes hydrauliques de grande dimension, une similitude géométrique complète conduirait à des hauteurs d'eau de l'ordre du centimètre. Dans cette situation, l'écoulement serait fortement perturbé par les forces de tension superficielle. Pour éviter cette difficulté, les modèles hydrauliques sont généralement distordus avec des rapports d'échelle différents dans les directions verticale et horizontale. L'interprétation des essais doit être effectuée dans ce cas en tenant compte des distorsions introduites sur maquette.

Lorsque la similitude géométrique est respectée, la mesure en un point de la maquette peut être directement transposée au point correspondant sur le prototype à l'échelle 1. Il faut cependant que les conditions de similitude entre la maquette et le prototype soient respectées.

3.2 Conditions de similitude

Les conditions qui assurent la similitude entre un modèle et le système à l'échelle 1, peuvent être directement déduites du théorème π de *Vaschy-Buckingham*. Ce théorème indique qu'un phénomène physique dépendant d'un ensemble de n variables indépendantes dont les dimensions sont définies à partir de p grandeurs fondamentales, permet de définir $(n - p)$ produits sans dimension indépendants. Ce phénomène peut être caractérisé par une relation telle que :

$$\varphi(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-p}) = 0 \quad (3.1)$$

Où : $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-p}$ étant les produits sans dimension indépendants.

La similitude entre la maquette et le prototype sera donc assurée si tous les nombres sans dimensions ont les mêmes valeurs à l'échelle réduite et à l'échelle 1.

Considérons par exemple le cas de l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite et admettons que les conditions aux limites soient les mêmes pour le prototype et pour la maquette.

Les équations (??) qui décrivent le mouvement (Ch.1) du fluide font sortir deux nombres sans dimension : le nombre de *Reynolds* (??) et le nombre de *Froude* (??). Si

ces deux nombres sont identiques pour le prototype et pour la maquette, les équations du mouvement seront parfaitement identiques dans les deux cas. Les distributions de vitesse et de pression seront alors les mêmes sur le prototype et sur la maquette. On dira alors que la similitude est complète : c-à-d similitude géométrique et similitude cinématique.

Remarques :

1. Ces lois de similitude existent dans tous les domaines. Nous nous limiterons ici à la similitude des écoulements incompressibles.
2. En générale, la similitude complète est impossible (égalité impossible de tous les produits sans dimension). Mais puisque dans chaque cas, certains facteurs son moins importants que d'autres et peuvent être négligés. On choisit alors la condition de similitude la plus importante dans chaque cas considéré. On dira alors que nous avons réalisé une similitude *restreinte*.

3.3 Recherche des produits sans dimension

En MDF il y a le plus souvent trois grandeurs fondamentales. Dans la recherche des produits sans dimension on a intérêt à considérer, parmi les variables du problème, des grandeurs primaires, en nombre égal au nombre de grandeurs fondamentales, et utilisées chacune pour caractériser un type de similitude.

Pour caractériser la similitude géométrique on choisit une longueur de référence dans l'écoulement (diamètre d'une conduite D , corde d'un profil L).

Pour la similitude cinématique on choisit une vitesse linéaire q ou angulaire ω de référence, et pour la similitude dynamique on choisit la masse volumique ρ ou une autre variable comportant ρ .

Les produits sans dimensions peuvent se mettre sous la forme d'un rapport d'une grandeur non primaire à un produit de puissances de grandeurs primaires. Il est donc possible de former chaque groupement π en mettant une grandeur non primaire au numérateur, les trois grandeurs primaires au dénominateur, affectés chacune d'un exposant, et en déterminant ces exposants pour que le groupement soit sans dimension. On obtient ainsi les $(n - 3)$ produits sans dimension d'une manière plus systématique.

$$\pi_i = \frac{G_i}{F_1^{\alpha_i} F_2^{\beta_i} F_3^{\gamma_i}}, \quad (i = 1..n - p) \tag{3.2}$$

- G_i : grandeurs non primaires ;
- F_i : grandeurs primaires ;
- $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$: coefficients à déterminer ;

n : nombre de variables du problème ;

p : nombre de grandeurs fondamentales.

Remarque :

1. La compréhension et l'analyse physique du phénomène doivent aider à choisir la meilleure façon d'établir les produits sans dimensions.
2. L'analyse dimensionnelle n'est pas susceptible de donner la loi du phénomène lui-même car elle ne donne ni la forme précise de cette loi ni ses coefficients numériques mais, d'une part, elle permet d'expérimenter physiquement sur un modèle et, d'autre part, elle met de l'ordre dans les résultats, réduit le nombre de paramètres à faire intervenir et achemine vers la loi du phénomène étudié.

3.4 Exemples

Nous allons directement mettre en pratique la formule (3.2) à travers quelques exemples simples en mécanique des fluides. Le premier exemple sera détaillé pas à pas afin d'assimiler cette technique, les autres exemples seront moins détaillés afin de ne pas alourdir le document.

3.4.1 Chute de pression dans une conduite rectiligne

Soit à déterminer la chute de pression Δp sur une longueur L de la conduite de diamètre D et dont la surface présente des rugosités de hauteur moyenne ε , dans laquelle circule un fluide de masse volumique ρ et de viscosité dynamique μ à la vitesse moyenne q .

Ecrivons d'abord ces variables avec leurs unités puis exprimons-les avec les unités fondamentales :

Variable	Unité	Unité fondamentale
Δp	$\frac{N}{m^2} = \frac{Kg}{m s^2}$	$L^{-1} M^1 T^{-2}$
L	m	$L^1 M^0 T^0$
D	m	$L^1 M^0 T^0$
ε	m	$L^1 M^0 T^0$
ρ	$\frac{Kg}{m^3}$	$L^{-3} M^1 T^0$
μ	$\frac{Kg}{m s}$	$L^{-1} M^1 T^{-1}$
q	$\frac{m}{s}$	$L^1 M^0 T^{-1}$

Ce problème contient $n = 7$ variables, le nombre d'unités fondamentales est $p = 3$ (L , M et T), donc le nombre de produits sans dimension que l'on peut former est $(n - p) = 4$.

Pour caractériser les similitudes géométrique, cinématique et dynamique, choisissons 3 grandeurs fondamentales soient D , q et ρ . Nous pouvons maintenant former les 4 produits sans dimension π_i ($i = 1..4$) de la manière suivante :

$$\pi_i = \frac{G_i}{D^{\alpha_i} \rho^{\beta_i} q^{\gamma_i}}, \quad (i = 1..4)$$

ce qui nous donne :

$$\pi_1 = \frac{\Delta p}{D^{\alpha_1} \rho^{\beta_1} q^{\gamma_1}}, \quad \pi_2 = \frac{L}{D^{\alpha_2} \rho^{\beta_2} q^{\gamma_2}}, \quad \pi_3 = \frac{\varepsilon}{D^{\alpha_3} \rho^{\beta_3} q^{\gamma_3}}, \quad \pi_4 = \frac{\mu}{D^{\alpha_4} \rho^{\beta_4} q^{\gamma_4}}$$

Le produit π_1 étant sans dimension, il correspond donc à $L^0 M^0 T^0$, nous pouvons donc écrire en remplaçant chaque variable par son unité fondamentale issue du tableau :

$$L^0 M^0 T^0 = \frac{L^{-1} M^1 T^{-2}}{(L^{\alpha_1} M^0 T^0) (L^{-3\beta_1} M^{\beta_1} T^0) (L^{\gamma_1} M^0 T^{-\gamma_1})} = \frac{L^{-1} M^1 T^{-2}}{L^{\alpha_1 - 3\beta_1 + \gamma_1} M^{\beta_1} T^{-\gamma_1}}$$

ce qui nous donne le système d'équations suivant à résoudre :

$$\begin{cases} -\alpha_1 + 3\beta_1 - \gamma_1 - 1 = 0 \\ -\beta_1 + 1 = 0 \\ \gamma_1 - 2 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_1 = 0 \\ \beta_1 = 1 \\ \gamma_1 = 2 \end{cases} \implies \pi_1 = \frac{\Delta p}{D^0 \rho^1 q^2} = \frac{\Delta p}{\rho q^2}$$

Chaque produit sera déterminé de la même manière après avoir résolu le système correspondant de 3 équations à 3 inconnues c-à-d :

$$\begin{cases} -\alpha_2 + 3\beta_2 - \gamma_2 + 1 = 0 \\ -\beta_2 = 0 \\ \gamma_2 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_2 = 1 \\ \beta_2 = 0 \\ \gamma_2 = 0 \end{cases} \implies \pi_2 = \frac{L}{D^1 \rho^0 q^0} = \frac{L}{D}$$

$$\begin{cases} -\alpha_3 + 3\beta_3 - \gamma_3 + 1 = 0 \\ -\beta_3 = 0 \\ \gamma_3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_3 = 1 \\ \beta_3 = 0 \\ \gamma_3 = 0 \end{cases} \implies \pi_3 = \frac{\varepsilon}{D^1 \rho^0 q^0} = \frac{\varepsilon}{D}$$

$$\begin{cases} -\alpha_4 + 3\beta_4 - \gamma_4 - 1 = 0 \\ -\beta_4 + 1 = 0 \\ \gamma_4 - 1 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_4 = 1 \\ \beta_4 = 1 \\ \gamma_4 = 1 \end{cases} \implies \pi_4 = \frac{\mu}{D^1 \rho^1 q^1} = \frac{\mu}{D \rho q} = \frac{1}{\Re_e}$$

D'après la relation (3.1) nous pouvons écrire la relation donnant la perte de charge :

$$\pi_1 = \varphi(\pi_2, \pi_3, \pi_4) \implies \frac{\Delta p}{\rho q^2} = \varphi\left(\frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D}, \frac{1}{\Re_e}\right) \implies \Delta p = \rho q^2 \varphi\left(\frac{L}{D}, \frac{\varepsilon}{D}, \frac{1}{\Re_e}\right)$$

Comparons cette relation avec celle déjà utilisée en (1.18) :

$\Delta p = \lambda \frac{L}{D} \rho \frac{q^2}{2}$ avec λ le coefficient de perte de charge linéaire qui dépend du régime d'écoulement et de la rugosité relative de la conduite $\frac{\varepsilon}{D}$. Que ce soit en régime laminaire ou turbulent, les formules utilisés montrent tous que λ est inversement proportionnel à \Re_e . Donc la relation que nous venons de trouver avec l'analyse dimensionnelle nous donne le modèle de perte de charge sans préciser la loi exacte (φ) ni les coefficients intervenant dans l'équation (ici le nombre $\frac{1}{2}$). Seule l'expérience et le bon sens physique peuvent permettre la formulation complète de cette relation.

3.4.2 Portance d'un profil

Soit à déterminer la portance F_L sur un profil aérodynamique de corde L_c soumis à un écoulement incident avec un angle α . Nous cherchons donc une relation de type $F_L = f(q, a, \mu, \rho, L_c, \alpha)$, où a représente la vitesse du son.

Ecrivons les variables et leurs unités fondamentales intervenant dans ce problème :

Variable	Unité	Unité fondamentale
q	$\frac{m}{s}$	$L^1 M^0 T^{-1}$
a	$\frac{m}{s}$	$L^1 M^0 T^{-1}$
μ	$\frac{Kg}{m.s}$	$L^{-1} M^1 T^{-1}$
ρ	$\frac{Kg}{m^3}$	$L^{-3} M^1 T^0$
L_c	m	$L^1 M^0 T^0$
α	$^\circ$	$L^0 M^0 T^0$
F_L	$N = \frac{Kg.m}{s^2}$	$L^1 M^1 T^{-2}$

Ce problème contient 7 variables, le nombre d'unités fondamentales est 3, donc le nombre de produits sans dimension que l'on peut former est 4.

Pour caractériser les similitudes géométrique, cinématique et dynamique, choisissons 3 grandeurs fondamentales soient L_c , q et ρ . Nous pouvons maintenant former les 4 produits sans dimension π_i ($i = 1..4$) :

$$\pi_1 = \frac{F_L}{L_c^{\alpha_1} \rho^{\beta_1} q^{\gamma_1}}, \quad \pi_2 = \frac{a}{L_c^{\alpha_2} \rho^{\beta_2} q^{\gamma_2}}, \quad \pi_3 = \frac{\mu}{L_c^{\alpha_3} \rho^{\beta_3} q^{\gamma_3}}, \quad \pi_4 = \frac{\alpha}{L_c^{\alpha_4} \rho^{\beta_4} q^{\gamma_4}}$$

et en résolvant les systèmes d'équations correspondant, nous aurons :

$$\begin{cases} -\alpha_1 + 3\beta_1 - \gamma_1 + 1 = 0 \\ -\beta_1 + 1 = 0 \\ \gamma_1 - 2 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_1 = 2 \\ \beta_1 = 1 \\ \gamma_1 = 2 \end{cases} \implies \pi_1 = \frac{F_L}{\rho q^2 L_c^2}$$

$$\begin{cases} -\alpha_2 + 3\beta_2 - \gamma_2 + 1 = 0 \\ -\beta_2 = 0 \\ \gamma_2 - 1 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_2 = 0 \\ \beta_2 = 0 \\ \gamma_2 = 1 \end{cases} \implies \pi_2 = \frac{a}{q} = \frac{1}{M_a}$$

$$\begin{cases} -\alpha_3 + 3\beta_3 - \gamma_3 - 1 = 0 \\ -\beta_3 + 1 = 0 \\ \gamma_3 - 1 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_3 = 1 \\ \beta_3 = 1 \\ \gamma_3 = 1 \end{cases} \implies \pi_3 = \frac{\mu}{L_c \rho q} = \frac{1}{\Re_e}$$

$$\begin{cases} -\alpha_4 + 3\beta_4 - \gamma_4 = 0 \\ -\beta_4 = 0 \\ \gamma_4 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha_4 = 0 \\ \beta_4 = 0 \\ \gamma_4 = 0 \end{cases} \implies \pi_4 = \alpha$$

D'après la relation (3.1) nous pouvons écrire la relation donnant la portance :

$$\frac{F_L}{\rho q^2 L_c^2} = \varphi\left(\frac{1}{M_a}, \frac{1}{\Re_e}, \alpha\right) \implies F_L = \rho q^2 L_c^2 \varphi\left(\frac{1}{M_a}, \frac{1}{\Re_e}, \alpha\right)$$

Ce résultat est bien sûr confirmé dans toutes les références en aérodynamique où le coefficient de portance est donné par :

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho q^2 L_c^2} = \varphi(\Re_e, M_a, \alpha)$$

3.4.3 Débit dans un tube capillaire horizontal

Si on suppose que le débit à travers un tube capillaire horizontal dépend de la chute de pression $\frac{\Delta p}{L}$, du diamètre D et de la viscosité dynamique μ . Trouver la forme de l'équation qui donne ce débit.

Ecrivons les variables et leurs unités fondamentales intervenant dans ce problème :

Variable	Unité	Unité fondamentale
Q_v	$\frac{m^3}{s}$	$L^3 M^0 T^{-1}$
D	m	$L^1 M^0 T^0$
μ	$\frac{Kg}{m s}$	$L^{-1} M^1 T^{-1}$
$\frac{\Delta p}{L}$	$\frac{N}{m^3} = \frac{Kg}{m^2 s^2}$	$L^{-2} M^1 T^{-2}$

Ce problème contient 4 variables, le nombre d'unités fondamentales est 3, donc le nombre de produits sans dimension que l'on peut former est 1.

Pour trouver la relation donnant le débit volumique, choisissons les 3 grandeurs fondamentales D , μ et $\frac{\Delta p}{L}$. Nous pouvons maintenant former le seul produit sans dimension :

$$\pi = \frac{Q_v}{D^\alpha \mu^\beta \frac{\Delta p}{L}^\gamma}$$

et en résolvant le système d'équations correspondant, nous aurons :

$$\begin{cases} -\alpha + \beta + 2\gamma + 3 = 0 \\ -\beta - \gamma = 0 \\ \beta + 2\gamma - 1 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = -1 \\ \gamma = 1 \end{cases} \implies \pi = \frac{Q_v}{D^4 \mu^{-1} \frac{\Delta p}{L}^1} = \frac{\mu Q_v}{D^4 \frac{\Delta p}{L}}$$

Puisque le produit est sans dimension, nous pouvons écrire :

$$Q_v = \frac{C^{te}}{\mu} \frac{\Delta p}{L} D^4$$

En comparant cette relation avec celle de *Poiseuille* déjà étudiée (1.4), la valeur de la constante est : $\frac{\pi}{128}$.

Supposons maintenant que nous avons choisi les grandeurs fondamentales D , Q_v et $\frac{\Delta p}{L}$. Le produit adimensionnel à former est :

$$\pi = \frac{\mu}{D^\alpha Q_v^\beta \frac{\Delta p}{L}^\gamma}$$

en résolvant le système d'équations correspondant, nous aurons :

$$\begin{cases} -\alpha - 3\beta + 2\gamma - 1 = 0 \\ -\gamma + 1 = 0 \\ \beta + 2\gamma - 1 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = -1 \\ \gamma = 1 \end{cases} \implies \pi = \frac{\mu}{D^4 Q_v^{-1} \frac{\Delta p}{L}^1} = \frac{\mu Q_v}{D^4 \frac{\Delta p}{L}}$$

On retrouve bien la même relation.

Supposons finalement que nous choisissons les grandeurs fondamentales μ , Q_v et $\frac{\Delta p}{L}$. Le produit adimensionnel à former est :

$$\pi = \frac{D}{\mu^\alpha Q_v^\beta \frac{\Delta p}{L}^\gamma}$$

en résolvant le système d'équations correspondant, nous aurons :

$$\begin{cases} \alpha - 3\beta + 2\gamma + 1 = 0 \\ -\alpha - \gamma = 0 \\ \alpha + \beta + 2\gamma = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} \alpha = \frac{1}{4} \\ \beta = \frac{1}{4} \\ \gamma = -\frac{1}{4} \end{cases} \implies \pi = \frac{D}{\mu^{\frac{1}{4}} Q_v^{\frac{1}{4}} \frac{\Delta p}{L}^{-\frac{1}{4}}}$$

Puisque le produit est sans dimension (constant), nous pouvons élever les deux membre à la puissance 4 :

$$\implies C^{te} = \left(\frac{D}{\mu^{\frac{1}{4}} Q_v^{\frac{1}{4}} \frac{\Delta p^{-\frac{1}{4}}}{L}} \right)^4 = \frac{D^4}{\mu Q_v \frac{\Delta p^{-1}}{L}} \implies Q_v = \frac{C^{te}}{\mu} \frac{\Delta p}{L} D^4.$$

Nous retrouvons bien le même résultat que précédemment.

Annexes

Annexe A

Pertes de charge

A.1 Pertes de charge en accessoires

Le tableau (Tab.A.1) nous donne les pertes de charge de certains accessoires :

Accessoire	Perte de charge moyenne (Indices : 1 en amont et 2 en aval)
1- De réservoir à conduite	
- connexion au ras de la paroi (perte à l'entrée)	$0,50 \frac{q_2^2}{2g}$
- tuyau entrant	$1,00 \frac{q_2^2}{2g}$
- connexion arrondie	$0,050 \frac{q_2^2}{2g}$
2- De conduite à réservoir (perte à la sortie)	$1,00 \frac{q_1^2}{2g}$
3- Divergent brusque	$\frac{(q_1 - q_2)^2}{2g}$
4- Divergent progres (voir Tab.A.2 ci-dessous)	$\zeta \frac{(q_1 - q_2)^2}{2g}$
5- Convergent brusque (voir Tab.A.2 ci-dessous)	$\zeta_c \frac{q^2}{2g}$

TABLE A.1: *Pertes de charge en accessoires.*

A.2 Convergent et divergent

Convergent brusque		Divergent progressif pour un angle total de cône de						
$\frac{D_1}{D_2}$	ζ_c	4°	10°	15°	20°	30°	50°	60°
1,2	0,08	0,02	0,04	0,09	0,16	0,25	0,35	0,37
1,4	0,17	0,03	0,06	0,12	0,23	0,36	0,50	0,53
1,6	0,26	0,03	0,07	0,14	0,26	0,42	0,57	0,61
1,8	0,34	0,04	0,07	0,15	0,28	0,44	0,61	0,65
2,0	0,37	0,04	0,07	0,16	0,29	0,46	0,63	0,68
2,5	0,41	0,04	0,08	0,16	0,30	0,48	0,65	0,70
3,0	0,43	0,04	0,08	0,16	0,31	0,48	0,66	0,71
4,0	0,45	0,04	0,08	0,16	0,31	0,49	0,67	0,72
5,0	0,46	0,04	0,08	0,16	0,31	0,50	0,67	0,72

TABLE A.2: *Convergent brusque et divergent progressif.*

A.3 Divers accessoires

Le tableau (Tab.A.3) ci-dessous donne quelques valeurs des coefficient de pertes de charge singulières de certains accessoires.

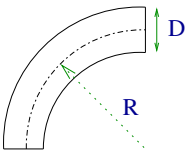
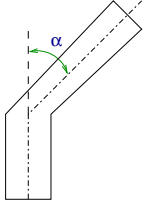
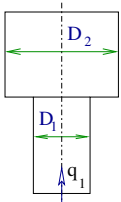
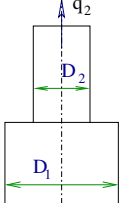
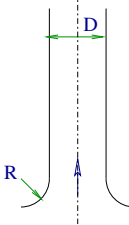
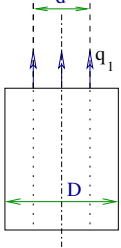
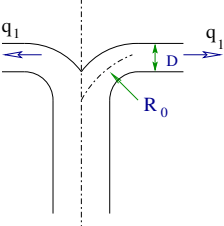
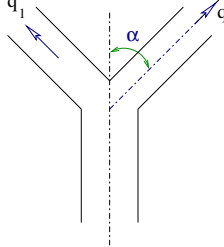
 <table border="1" data-bbox="667 241 801 443"> <thead> <tr> <th>R/D</th> <th>ζ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,50</td><td>0,90</td></tr> <tr><td>0,75</td><td>0,45</td></tr> <tr><td>1,00</td><td>0,35</td></tr> <tr><td>1,50</td><td>0,25</td></tr> <tr><td>2,00</td><td>0,20</td></tr> </tbody> </table>	R/D	ζ	0,50	0,90	0,75	0,45	1,00	0,35	1,50	0,25	2,00	0,20	 <table border="1" data-bbox="1066 241 1200 443"> <thead> <tr> <th>α</th> <th>ζ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>15°</td><td>0,1</td></tr> <tr><td>30°</td><td>0,2</td></tr> <tr><td>45°</td><td>0,5</td></tr> <tr><td>60°</td><td>0,7</td></tr> <tr><td>90°</td><td>1,3</td></tr> </tbody> </table>	α	ζ	15°	0,1	30°	0,2	45°	0,5	60°	0,7	90°	1,3
R/D	ζ																								
0,50	0,90																								
0,75	0,45																								
1,00	0,35																								
1,50	0,25																								
2,00	0,20																								
α	ζ																								
15°	0,1																								
30°	0,2																								
45°	0,5																								
60°	0,7																								
90°	1,3																								
 <table border="1" data-bbox="667 501 801 703"> <thead> <tr> <th>D_1/D_2</th> <th>ζ_1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,1</td><td>1,0</td></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,9</td></tr> <tr><td>0,4</td><td>0,7</td></tr> <tr><td>0,6</td><td>0,4</td></tr> <tr><td>0,8</td><td>0,2</td></tr> </tbody> </table>	D_1/D_2	ζ_1	0,1	1,0	0,2	0,9	0,4	0,7	0,6	0,4	0,8	0,2	 <table border="1" data-bbox="1066 501 1200 703"> <thead> <tr> <th>D_2/D_1</th> <th>ζ_2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,1</td><td>0,6</td></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,5</td></tr> <tr><td>0,4</td><td>0,4</td></tr> <tr><td>0,6</td><td>0,3</td></tr> <tr><td>0,8</td><td>0,2</td></tr> </tbody> </table>	D_2/D_1	ζ_2	0,1	0,6	0,2	0,5	0,4	0,4	0,6	0,3	0,8	0,2
D_1/D_2	ζ_1																								
0,1	1,0																								
0,2	0,9																								
0,4	0,7																								
0,6	0,4																								
0,8	0,2																								
D_2/D_1	ζ_2																								
0,1	0,6																								
0,2	0,5																								
0,4	0,4																								
0,6	0,3																								
0,8	0,2																								
 <table border="1" data-bbox="667 837 801 994"> <thead> <tr> <th>R/D</th> <th>ζ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,2</td><td>0,2</td></tr> <tr><td>0,5</td><td>0,1</td></tr> <tr><td>0,8</td><td>0,05</td></tr> </tbody> </table>	R/D	ζ	0,2	0,2	0,5	0,1	0,8	0,05	 <table border="1" data-bbox="1066 757 1200 981"> <thead> <tr> <th>d/D</th> <th>ζ_1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,1</td><td>2,5</td></tr> <tr><td>0,2</td><td>2,5</td></tr> <tr><td>0,4</td><td>2,5</td></tr> <tr><td>0,6</td><td>2,3</td></tr> <tr><td>0,8</td><td>1,9</td></tr> <tr><td>0,9</td><td>1,5</td></tr> </tbody> </table>	d/D	ζ_1	0,1	2,5	0,2	2,5	0,4	2,5	0,6	2,3	0,8	1,9	0,9	1,5		
R/D	ζ																								
0,2	0,2																								
0,5	0,1																								
0,8	0,05																								
d/D	ζ_1																								
0,1	2,5																								
0,2	2,5																								
0,4	2,5																								
0,6	2,3																								
0,8	1,9																								
0,9	1,5																								
 <table border="1" data-bbox="667 1070 801 1272"> <thead> <tr> <th>R_0/D</th> <th>ζ_1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0,50</td><td>1,20</td></tr> <tr><td>0,75</td><td>0,60</td></tr> <tr><td>1,00</td><td>0,40</td></tr> <tr><td>1,50</td><td>0,25</td></tr> <tr><td>2,00</td><td>0,20</td></tr> </tbody> </table>	R_0/D	ζ_1	0,50	1,20	0,75	0,60	1,00	0,40	1,50	0,25	2,00	0,20	 <table border="1" data-bbox="1066 1070 1200 1272"> <thead> <tr> <th>α</th> <th>ζ_1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>15°</td><td>0,1</td></tr> <tr><td>30°</td><td>0,3</td></tr> <tr><td>45°</td><td>0,7</td></tr> <tr><td>60°</td><td>1,0</td></tr> <tr><td>90°</td><td>1,4</td></tr> </tbody> </table>	α	ζ_1	15°	0,1	30°	0,3	45°	0,7	60°	1,0	90°	1,4
R_0/D	ζ_1																								
0,50	1,20																								
0,75	0,60																								
1,00	0,40																								
1,50	0,25																								
2,00	0,20																								
α	ζ_1																								
15°	0,1																								
30°	0,3																								
45°	0,7																								
60°	1,0																								
90°	1,4																								

TABLE A.3: *Accessoires divers.*

A.4 Pertes de charge linéaires

Le coefficient de pertes de charge linéaires est donné par le diagramme de Moody (Fig.A.1) ci-dessous :

A.5 Rugosité des conduites

Le tableau (Tab.A.4) ci-dessous nous donne quelques valeurs des rugosités des conduites les plus utilisées.

Types de tuyau ou de revêtement (neuf)	Valeur de ε en cm	
	Intervalle	Valeur de conception
Laiton	0,00015	0,00015
Cuivre	0,00015	0,00015
Béton	0,03-3	0,012
Fonte nue	0,012-0,6	0,024
Fonte asphaltée	0,006-0,18	0,012
Fonte revêtue de ciment	0,00024	0,00024
Fonte revêtue de bitume	0,00024	0,00024
Fonte centrifugée	0,0003	0,0003
Fer galvanisé	0,006-0,24	0,015
Fer forgé	0,003-0,09	0,006
Acier commercial et acier soudé	0,003-0,09	0,006
Acier riveté	0,09-9	0,18
Tube étiré	0,00024	0,00024
Bois	0,018-0,9	0,06

TABLE A.4: *Rugosités des conduites.*

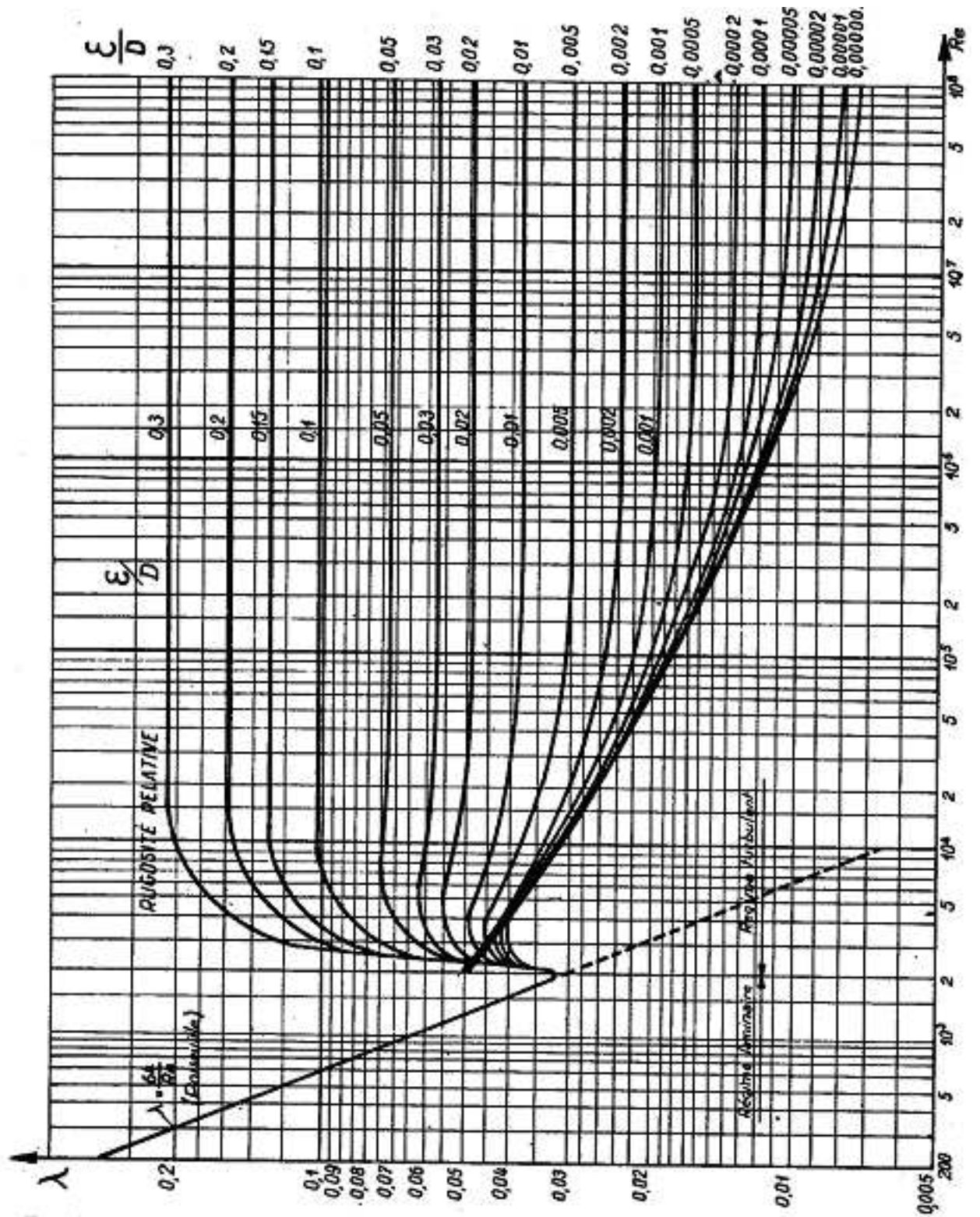


FIGURE A.1: *Diagramme de Moody [3] pour le calcul de λ .*