

# Ecoulement autour d'un angle

PREMIER ANNEE DE POSTE GRADUATION : MECANIQUE ENERGETIQUE

## Introduction

une fonction analytique de variable complexe  $z$  représente un mouvement plan d'un fluide incompressible, le potentiel de vitesse étant défini par la partie réelle, et la fonction de courant par la partie imaginaire. donc une fonction  $f(z)$  représentera le potentiel complexe d'un mouvement bien connu.

```
> restart; with(plottools): with(plots):  
Warning, the names arrow and changecoords have been redefined
```

## Procédé graphique pour lignes de courant

Un procédé appelé 'courant' prise en compte quatre paramètres. Ces paramètres sont:

- n, nombre de lignes de courant,
- fcn, fonction de courant à tracer,
- pts, valeur des numpoints dans une structure/tracé, et
- nom, titre

```
> streams:=proc(n,fcn,pts,name)  
>   local f,k,p,C;  
>   f:=transform((r,th) -> [r*cos(th),r*sin(th)]):  
  
>   for k from -n by 2 to n do  
>     p[k]:=implicitplot(fcn=8*k/n,x=0..n,y=0..3*Pi/4,  
       numpoints=pts):  
>     od:  
>     display(seq(f(p[2*i]),i=-n/4..n/4),view=[-n/2..n/2,-  
       n/2..n/2], scaling=constrained,axes=boxed,title=name);  
> end;
```

## Écoulement d'un fluide non visqueux et irrotationnel autour d'un angle quelconque

```
> f:=z->C*z^m;
```

Dont  $C$  est une constante réelle et pour  $m > 1$  on obtient l'écoulement dans la partie concave, alors que  $m < 1$  on obtient l'écoulement autour de la partie convexe.

```
> W:=z->evalc(f(z));
```

$$f := z \rightarrow C z^m$$

$$W := z \rightarrow \text{evalc}(f(z))$$

Le potentiel complexe W(z), de l'écoulement est donné par::

```
> W(z);
```

$$C e^{m \ln(|z|)} \cos\left(m \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{signum}(z)\right) \pi\right) + I C e^{m \ln(|z|)} \sin\left(m \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{signum}(z)\right) \pi\right)$$

avec  $z = x e^{Iy}$ , x, y sont reals, supposer une valeur pour c, n et m nous obtenons ce qui suit:

```
> assume(x,real,y,real,z,real); C:=1: n:=4: m:=4/3:
```

```
> W(z);
```

$$|z|^{\frac{4}{3}} \cos\left(\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \text{signum}(z)\right) \pi\right) + I |z|^{\frac{4}{3}} \sin\left(\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \text{signum}(z)\right) \pi\right)$$

```
> complex_potential:=W(x*exp(I*y));
```

$$\text{complex\_potential} := (x^2 \cos(y)^2 + x^2 \sin(y)^2)^{\frac{2}{3}} \cos\left(\frac{4}{3} \arctan(x \sin(y), x \cos(y))\right) + I (x^2 \cos(y)^2 + x^2 \sin(y)^2)^{\frac{2}{3}} \sin\left(\frac{4}{3} \arctan(x \sin(y), x \cos(y))\right)$$

```
> vel_pot:=simplify(Re(complex_potential));
```

$$\text{vel\_pot} := (x^2)^{\frac{2}{3}} \cos\left(\frac{4}{3} \arctan(x \sin(y), x \cos(y))\right)$$

```
> strm_fcn:=expand(simplify(Im(complex_potential)));
```

$$\text{strm\_fcn} := (x^2)^{\frac{2}{3}} \sin\left(\frac{4}{3} \arctan(x \sin(y), x \cos(y))\right)$$

```
> title1:="1":
```

```
> streams(8,strm_fcn,1000,title1);
```

