

Rattrapage de Méthodes Numériques Approfondies –Master M1EN

N.B : Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

Exercice N° 1: (13 points) Soit l' EDP suivante : $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial T}{\partial x}$.

- 1- Classer cette EDP.
- 2- Discrétiser tous les termes par des approximations centrées.
- 3- En posant $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$, écrire l'équation discrétisée.
- 4- Dessiner les cellules correspondantes pour β et Δx quelconques puis pour $\beta = 2$ et $\Delta x = 4$.

Cette équation est appliquée à une plaque rectangulaire discrétisée par 3 divisions suivant x et 4 suivant y. Cette plaque est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$T_g = 100 ; \quad T_d = 3y + 10 ; T_b = 40 ; \quad T_h = 2x + 30.$$

- 5- Faire le schéma détaillé du problème.
- 6- Ecrire les équations nécessaires à la résolution de ce problème ($\beta = 2$ et $\Delta x = 4$).
- 7- Déterminer la forme matricielle de ce problème.

N.B: On suppose que toutes les variables sont adimensionnelles.

Exercice N° 2: (7 points) Soit le schéma de discrétisation suivant :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = (1-\theta) \left[\frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2} \right] + \theta \left[\frac{T_{i-1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right]$$

Où θ est une constante comprise entre 0 et 1.

- 1- Déterminer son facteur d'amplification (prendre) : $(\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2})$.
- 2- Etudier sa stabilité par le cas où $\theta=0$, $\theta=1/2$ et $\theta=1$.

Bonne chance