

**Rattrapage de Méthodes Numériques Approfondies – Master M1EN**

**N.B :** Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

**Exercice N° 1: (13 points)** Soit l' EDP suivante : 
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\partial T}{\partial x} .$$

- 1- Classer cette EDP.
- 2- Discrétiser tous les termes par des approximations centrées.
- 3- En posant  $\beta = \frac{\Delta x}{\Delta y}$  , écrire l'équation discrétisée.
- 4- Dessiner les cellules correspondantes pour  $\beta$  et  $\Delta x$  quelconques puis pour  $\beta = 2$  et  $\Delta x = 4$ .

Cette équation est appliquée à une plaque rectangulaire discrétisée par 3 divisions suivant x et 4 suivant y. Cette plaque est soumise aux conditions aux limites suivantes :

$$T_g = 100 ; \quad T_d = 3y + 10 ; \quad T_b = 40 ; \quad T_h = 2x + 30.$$

- 5- Faire le schéma détaillé du problème.
- 6- Ecrire les équations nécessaires à la résolution de ce problème ( $\beta = 2$  et  $\Delta x = 4$ ).
- 7- Déterminer la forme matricielle de ce problème.

**N.B :** On suppose que toutes les variables sont adimensionnelles.

**Exercice N° 2: (7 points)** Soit le schéma de discrétisation suivant :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = (1-\theta) \left[ \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2} \right] + \theta \left[ \frac{T_{i-1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right]$$

Où  $\theta$  est une constante comprise entre 0 et 1.

- 1- Déterminer son facteur d'amplification (prendre) : ( $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$ ).
- 2- Etudier sa stabilité par le cas où  $\theta=0$ ,  $\theta=1/2$  et  $\theta=1$ .

**Bonne chance**