

Rattrapage de Méthodes Numériques Approfondies – Master M1EN

N.B : Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

Exercice N° 1: (12 points) La discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode de Richardson donne :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{T_{i-1}^n - 2T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2}$$

- 1- Ce schéma est-il implicite ou explicite ?
- 2- Quelle est sa précision ? Justifier.
- 3- Déterminer son facteur d'amplification ($\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$) et montrer que ce schéma est inconditionnellement instable.

Pour rendre ce schéma stable, on utilise le schéma de *Dufort-Frankel* :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{T_{i-1}^n - (T_i^{n+1} + T_i^{n-1}) + T_{i+1}^n}{\Delta x^2}$$

- 1- Ce schéma est-il implicite ou explicite ?
- 2- Déterminer son facteur d'amplification.

Exercice N° 2: (8 points)

- 1- Ecrire l'équation de la chaleur unidimensionnelle.
- 2- Discrétiser le terme temporel par une approximation décentrée avant d'ordre 1 et le terme spatial par une approximation centrée au temps (n+1).
- 3- En posant $\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$, écrire l'équation discrétisée et dire si elle est explicite ou bien implicite.
- 4- En explicitant tous les détails, donner la formulation matricielle de ce problème puis expliquer les étapes de résolution.

Bonne chance