

Filière Mécanique - Master Energétique (M1EN)Rattrapage: Méthodes Numériques Appliquées I

N.B : Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.

Exercice N° 1: (12 points)

La discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode *de Richardson* donne :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^{n-1}}{2 \Delta t} = \frac{T_{i-1}^n - 2 T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2}$$

- 1- Ce schéma est-il implicite ou explicite ?
- 2- Quelle est sa précision ? Justifier.
- 3- Déterminer son facteur d'amplification ($\lambda = \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$) et montrer que ce schéma est inconditionnellement instable.

Pour rendre ce schéma stable, on utilise le schéma de Dufort-Frankel :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^{n-1}}{2 \Delta t} = \frac{T_{i-1}^n - (T_i^{n+1} + T_i^{n-1}) + T_{i+1}^n}{\Delta x^2}$$

- 1- Ce schéma est-il implicite ou explicite ?
- 2- Déterminer son facteur d'amplification

Exercice N° 2: (8 points)

Soit l'équation de la chaleur 1D définie par:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

$$0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad t > 0$$

$$T(0, t) = a \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial x}(L, t) = c \quad , \quad T(x, 0) = b$$

En considérant le schéma explicite d'Euler et en discrétisant la C.L par un schéma décentré arrière d'ordre 1, déterminer la forme matricielle de ce problème.

Bonne chance