

Examen de rattrapage Outils Numériques (Licence Energétique)**N.B :** Aucun document n'est autorisé. Durée : 1 h 30 mn.**Exercice N° 1:** (3 points)

Classer les EDP suivantes (parabolique, hyperbolique ou elliptique) :

1.  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + x \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$
2.  $x^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + x \frac{\partial \phi}{\partial x} + y \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$
3.  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + 6 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y} - 16 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$

**Exercice N° 2:** (6 points)

La discrétisation de l'équation de la chaleur par la méthode de Richardson donne :

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^{n-1}}{2 \Delta t} = \frac{T_{i-1}^n - 2 T_i^n + T_{i+1}^n}{\Delta x^2}$$

- 1- Ce schéma est-il explicite ou implicite ?
- 2- Déterminer le facteur d'amplification de ce schéma.

**Exercice N° 3:** (3 points)

Parmi les schémas ci-dessous, dire lequel est explicite ou implicite :

1.  $u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_{i-1}^{n+1} = 0$
2.  $2u_{i,j} + u_{i+1,j} - u_{i-1,j} = 0$
3.  $T_i^{n+1} - T_i^{n-1} + \lambda (T_{i+1}^n - T_{i-1}^n) = 0$

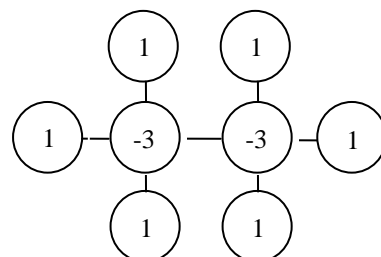
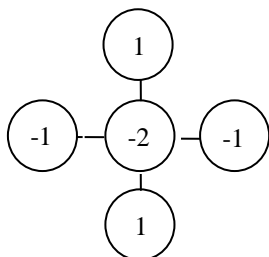
**Exercice N° 4:** (5 points)Soit l'équation aux dérivées partielles suivante :  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ 

On demande de la discrétiser par :

1. Un schéma centré d'ordre 2 en temps et en espace.
2. Un schéma décentré arrière d'ordre 1 en temps et décentré avant d'ordre 2 en espace.

**Exercice N° 5:** (3 points)

Ecrire les équations de discrétisation de l'équation de Laplace pour la variable T :



	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$
$hf'(x)$	-1	+1			
$h^2 f''(x)$	+1	-2	+1		

*Tab.1- Approximation décentrée en avant en  $O(h)$ .*

	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$hf'(x)$				-1	+1
$h^2 f''(x)$			+1	-2	+1

*Tab.2- Approximation décentrée en arrière en  $O(h)$ .*

	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$	$f(x+3h)$	$f(x+4h)$	$f(x+5h)$
$2hf'(x)$	-3	+4	-1			
$h^2 f''(x)$	+2	-5	+4	-1		

*Tab.3- Approximation décentrée en avant en  $O(h^2)$ .*

	$f(x-5h)$	$f(x-4h)$	$f(x-3h)$	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$
$2hf'(x)$				+1	-4	+3
$h^2 f''(x)$			-1	+4	-5	+2

*Tab.4- Approximation décentrée en arrière en  $O(h^2)$ .*

	$f(x-2h)$	$f(x-h)$	$f(x)$	$f(x+h)$	$f(x+2h)$
$2hf'(x)$		-1	0	+1	
$h^2 f''(x)$		+1	-2	+1	

*Tab.5- Approximation centrée en  $O(h^2)$ .*