

Equation de Diffusion 1D

Dr. Laïd MESSAOUDI

Département de Mécanique

Université de Batna

Master : Energétique

Matière : Méthodes Numériques Appliquées II

2011/2012

EXEMPLE 4

Détermination de la distribution de température $T(x)$ à travers une barre de section A , de conductivité thermique k et de longueur L dont les extrémités sont soumises aux (C.L.):

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{d}{dx} T(x) \right) = 0$$

Conditions aux limites (C.L.):

$$q(0) = q = \frac{50 \text{ kW}}{m^2},$$
$$T(L) = T_A = 50,$$

Solution

> *Restart : Digits := 4 :*

> $L := 0.15; \lambda := 1000; S := 0.01; ndx := 3;$

$L := 0.15$

$\lambda := 1000$

$S := 0.01$

$ndx := 3$

(1.1)

> $\delta x := \frac{L}{ndx};$

$\delta x := 0.05000$

(1.2)

> $i_{\max} := ndx;$

$$i_{\max} := 3 \quad (1.3)$$

Nombre d'équations:

> $Ne := i_{\max}$

$$Ne := 3 \quad (1.4)$$

Abscisses des noeuds:

> $x[0] := 0;$

for i from 1 to Ne do

$$x[i] := \frac{\delta x}{2} + (i-1) \cdot \delta x;$$

end do;

$x[i_{\max} + 1] := L;$

$$\begin{aligned} x_0 &:= 0 \\ x_1 &:= 0.02500 \\ x_2 &:= 0.07500 \\ x_3 &:= 0.1250 \\ x_4 &:= 0.15 \end{aligned}$$

(1.5)

Conditions aux Limites:

> $q := 50000;$

$T[i_{\max} + 1] := 50;$

$$\begin{aligned} q &:= 50000 \\ T_4 &:= 50 \end{aligned}$$

(1.6)

Noeuds internes:

> **for i from 2 to $i_{\max} - 1$ do**

$Sp[i] := 0;$

$Su[i] := 0;$

$$a_W[i] := \frac{\lambda \cdot S}{\delta x};$$

$a_E[i] := a_W[i];$

$a_P[i] := a_W[i] + a_E[i] - Sp[i];$

end do;

$$\begin{aligned} Sp_2 &:= 0 \\ Su_2 &:= 0 \\ a_{W_2} &:= 200.0 \\ a_{E_2} &:= 200.0 \\ a_{P_2} &:= 400.0 \end{aligned}$$

(1.7)

Noeud gauche:

> $Sp[1] := 0;$

$Su[1] := q \cdot S;$

$a_W[1] := 0;$

$$a_E[1] := \frac{\lambda \cdot S}{\delta x};$$

$a_P[1] := a_W[1] + a_E[1] - Sp[1];$

$$\begin{aligned} Sp_1 &:= 0 \\ Su_1 &:= 500.0 \end{aligned}$$


```

> SolT := solve(Eqs, Tmps);
SolT := [[T1 = 56.25, T2 = 53.75, T3 = 51.25]]

```

(1.1.6)

```

> with(LinearAlgebra) :
Forme matricielle:
> A, b := GenerateMatrix(Eqs, Tmps)

```

$$A, b := \begin{bmatrix} 200.0 & -200.0 & 0 \\ 0 & -200.0 & 600.0 \\ -200.0 & 400.0 & -200.0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 500.0 \\ 20000. \\ 0 \end{bmatrix}$$

(1.1.7)