Raisonnement par recurrence (Mathematical induction)
Soit $P(n)$ une propriété dépendant de l'entier n.
Pour chaque entier n, la propriété $P(n)$ peut être vraie ou fausse.
Si les 2 conditions suivantes:
1. $P(1)$ est vraie
2. si $P(n)$ est vraie alors $P(n+1)$ est vraie
sont réalisées alors:
$P(n)$ est vraie pour tout $n \geq 1$.

Exercice
Montrer que pour tout $n \geq 1$ on a :

$$1+2+...+n=\frac{n.(n+1)}{2}$$

solution
On note $P(n)$ la propriété: $1+2+...+n=\dfrac{n.(n+1)}{2}$
on doit montrer que $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq 1$
il suffit de montrer que $P(n)$ vérifie les conditions **1** et **2** de la recurrence:
1 $P(1)$ est satisfaite puisque $1=\dfrac{1.(1+1)}{2}=\dfrac{2}{2}$
2 supposons $P(n)$ vraie et montrons que $P(n+1)$ est vraie:
on a $P(n+1)$ définie par $1+2+...+n+(n+1)=\dfrac{(n+1).(n+2)}{2}$

puisque $P(n)$ vraie par hypothese on a $1+2+...+n=\dfrac{n.(n+1)}{2}$, on obtient:

$$1+2+...+n+(n+1)=\frac{n.(n+1)}{2}+(n+1)$$
$$=\frac{n.(n+1)+2(n+1)}{2}=\frac{(n+1).(n+2)}{2}$$

cela prouve que $P(n+1)$ est vraie. Donc $P(n)$ est vraie pour tout $n \geq 1$.