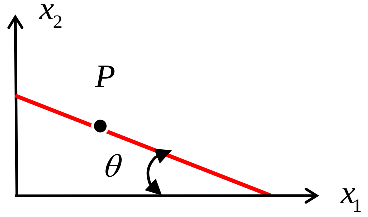
TD N° 1

EX 1.

L'état de contrainte en un point P est donné par le tenseur

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



Déterminer :

- **a)** Le vecteur de contrainte sur une surface parallèle à l'axe x_3 et inclinée d'un angle $\theta = 30°$ par rapport à x_1.
- **b)** La composante normale et la composante tangentielle du vecteur de contrainte
- **c)** Les invariants et l'équation caractéristique
- **d)** Les valeurs principales des contraintes et vérifier les invariants
- **e)** Les directions principales des contraintes

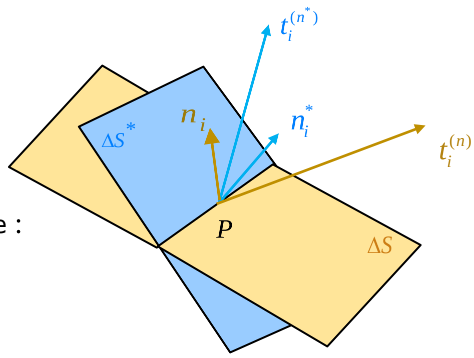
EX 2.

Dans un état plan, deux facettes a et b font un angle de $60°$. Sur la première on a calculé $\sigma_N^{(a)} = 17\, daN/cm^2$ et $\sigma_S^{(a)} = 8\, daN/cm^2$; sur la seconde, on a obtenu $\sigma_N^{(b)} = 6\, daN/cm^2$

Trouver la valeur de $\sigma_S^{(b)}$.

EX 3.

Au point P agit le vecteur des contraintes $\underset{\sim}{t}^{(n)}$ et $\underset{\sim}{t}^{(n^*)}$ sur les éléments de surface ΔS et ΔS^*.Montrer que la projection de $\underset{\sim}{t}^{(n)}$ sur la direction $\underset{\sim}{n}^*$ est égale à la projection de $\underset{\sim}{t}^{(n^*)}$ sur la direction $\underset{\sim}{n}$, c'est à dire : $\underset{\sim}{t}^{(n)} \bullet \underset{\sim}{n}^* = \underset{\sim}{t}^{(n^*)} \bullet \underset{\sim}{n}$.



EX 4.

Le champ des contraintes dans un solide sous l'action de **forces de volume nulles** est défini dans un repère orthonormé $(\underset{\sim}{e}_1, \underset{\sim}{e}_2, \underset{\sim}{e}_3)$ par le tenseur suivant.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} a x_1^2 & 4x_1x_2 - 1 & -6x_1x_3 \\ 4x_1x_2 - 1 & b\left(x_2^2 - \dfrac{3}{2}\right) & 0 \\ -6x_1x_3 & 0 & c\left(x_3^2 + \dfrac{7}{3}\right) \end{bmatrix}$$

a, b et c sont des constantes réelles.

a) Ecrire les équations d'équilibre statique et trouver les valeurs des constantes *a*, *b* et *c*.

b) Ecrire le tenseur des contraintes σ_{ij} au point *M* (1,1,0)

c) Déterminer le tenseur de contraintes sphérique et déviateur