

### TD N° 3

**EX 1.**

L'état de contrainte en un point  $P$  est donné par le tenseur

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Déterminer :

- a) Le vecteur de contrainte sur un plan de normale  $n_i = (\cos 60^\circ \quad \cos 30^\circ \quad \cos 90^\circ)$
- b) La composante normale et la composante tangentielle du vecteur de contrainte
- c) Les invariants et l'équation caractéristique
- d) Les valeurs principales des contraintes et vérifier les invariants
- e) Les directions principales des contraintes

**EX 2.**

Le champ des contraintes dans un solide sous l'action de **forces de volume nulles** est défini dans un repère orthonormé  $(e_1, e_2, e_3)$  par le tenseur suivant.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} ax_1^2 & 4x_1x_2 - 1 & -6x_1x_3 \\ 4x_1x_2 - 1 & b\left(x_2^2 - \frac{3}{2}\right) & 0 \\ -6x_1x_3 & 0 & c\left(x_3^2 + \frac{7}{3}\right) \end{bmatrix} \quad a, b \text{ et } c \text{ sont des constantes réelles.}$$

- a) Ecrire les équations d'équilibre statique et trouver les valeurs des constantes  $a$ ,  $b$  et  $c$ .
- b) Ecrire le tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$  au point  $M(1,1,0)$
- c) Déterminer le tenseur de contraintes sphérique et déviateur