

Série des exercices N : 02 **Intégrabilité des fonctions réelles (changement de variables, intégrer par partie, de différents types ou bien par décomposition en éléments simples)**

Exercice 1 : Calculer par changement de variable les intégrales suivantes :

$$1- \int \frac{dx}{1+\sqrt{1+x}} \quad 2- \int \frac{(4x+3)}{(x-2)^3} dx \quad 3- \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}} dx \quad 4- \int \frac{1}{x^2+\sqrt{a^2+x^2}} dx$$

(Poser $x=\frac{1}{t}$ ou $x= \arctang(t)$)

$$5- \int \sqrt{\sin(x)}. \cos(x) dx \quad 6- \int \frac{\sin(x)}{1+\cos(x)} dx \quad 7- \int \frac{1}{x^2}. \cos\left(\frac{1}{x}\right). dx$$

$$8- \int \frac{\sqrt{1+\ln(x)}}{x.\ln(x)} dx$$

Exercice 2 : En intégrant par partie, calculer les intégrales suivantes :

$$1- \int x. \ln(x) dx \quad 2- \int x. \sin(x) dx \quad 3- \int x^2(1 + \cos(x)) dx \quad 4- \int \frac{\text{Arcsin } \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$5- \int \frac{\text{Ln}^2(x)}{\sqrt{x^5}} dx \quad 6- \int x^n. \text{Ln}(x) dx \quad (\text{avec } n \neq -1)$$

$$7- \int e^x. \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

Exercice 3 : Calculer les intégrales suivantes :

$$1- \int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx \quad 2- \int \frac{x^2}{x^2+1} dx \quad 3- \int 3x. \sqrt{2+x^2} dx$$

$$4- \int \cos(x). \sin^2\left(\frac{1}{2}x\right) dx$$

Exercice 4 : A l'aide de la méthode de décomposition des fonctions fractionnelles en éléments simples, calculer les intégrales suivantes :

$$1- \int \frac{x}{(x+1)(2x-1)} dx \quad 2- \int \frac{1}{(1+2.x^2)^2} dx \quad 3- \int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx \quad 4- \int \frac{x}{x^4-3x^2+2} dx$$

$$5- \int \frac{x^3-6}{x^4+6x^2+8} dx \quad 6- \int \frac{1-2\sin^2\left(\frac{1}{2}x\right)-\sin(x)}{1-\cos(x)-\sin(x)+\sin(x).\cos(x)} dx$$