

Module: MECA 301

MODÉLISATION ET DIAGNOSTIC

DES SYSTÈMES MÉCATRONIQUE

Spécialité Mécatronique

# Chapitre II

# LES BOND GRAPHS

# SOMMAIRE

## I.-. INTRODUCTION

## II.-. QU'EST CE QU'UN BOND GRAPHS?

## III.-. PRÉSENTATION DE LA MÉTHODOLOGIE DES BOND GRAPHS

### III.1.-. *Notions fondamentales*

### III.2.-. *Définitions*

### III.3.-. *Variables mise en jeu*

### III.4.-. *Variables de flux et d'effort en fonction du domaine*

## IV.-. ÉLÉMENTS DU LANGAGE BOND GRAPHS

### IV.1.-. *Les éléments actifs*

### IV.2.-. *Les éléments passifs*

### IV.3.-. *Les jonctions*

### IV.4.-. *Le tétraèdre de Paytner*

### IV.5.-. *Les éléments de transformation*

### IV.6.-. *Les détecteurs*

## V.-. MÉTHODE DE CONSTRUCTION D'UN BOND GRAPHS

### V.1.-. *Procédure de construction: Système électrique*

### V.2.-. *Règles de simplifications*

### V.3.-. *Procédure de construction: Système Mécanique*

# I.-. INTRODUCTION

Que ce soit pour créer un nouveau produit ou améliorer un produit existant, la démarche de l'ingénieur chargé de la réalisation de ce projet passe par une première phase incontournable: **la modélisation.**

Et suite à la pluridisciplinarité des nouveaux produits, combinant la mécanique, l'hydraulique, l'électronique... ce qui rend difficile la communication entre spécialistes de domaines différents qui doivent collaborer de plus en plus.

Car, chaque domaine physique comporte ses traditions et habitudes en termes de notations, de méthodologies et conventions,

De plus les procédés énergétiques possèdent un comportement fortement non linéaire dû principalement à l'interaction mutuelle de plusieurs phénomènes de natures diverses et associant des composants technologiques qui mettent en œuvre des énergies de natures différentes (mécanique, chimique, thermodynamique, etc.).

Cependant le principe de fonctionnement de n'importe quelle système physique s'explique par un échange d'énergie.

Ainsi l'énergie est un (pour ne pas dire « le ») concept essentiel dans la description de l'évolution des systèmes technologiques. On le retrouve dans tous les domaines : il constitue le lien entre ceux-ci.

Fort de cette constatation, Henry M. Paynter (1923-2002), a introduit le concept de « bond graph » (BG) (graphe de liaisons) en 1961.

## **Père des bond graphs: Henry Paynter(MIT Boston)**

**1er ouvrage : 1961**

**Arrivée en Europe : fin des 70s**

**–Pays-Bas (TwenteUniv.)**

**–France (Alsthom)**

## ***II.-.QU'EST-CE QU'UN BOND GRAPH ?***

Le bond graphs est outil graphique de modélisation des systèmes multi-physique basé sur l'échange d'énergie. Il permet de modéliser n'importe quel système physique avec le même langage.

La conception d'un BG ou graph de liens repose sur l'échange d'énergie entre les éléments du système étudié et s'appuie sur la notion de causalité.

### NOTION DE CAUSALITÉ

En Mécanique

Pour une masse en mouvement, la force constitue la cause et la vitesse l'effet.

En électronique

L'évolution de la tension aux bornes d'un condensateur est la conséquence du courant la traversant.



La méthodologie des BG suppose que le système soit à paramètres localisés. Dans ce cas, il est possible de décomposer l'ensemble étudié en éléments appelés **PORTS**.

Entre ces ports l'énergie est transmise, celle-ci se décomposant entre **EFFORT** et **FLUX**. Ces dénominations générales d'**EFFORT** et **FLUX** peuvent se décliner dans plusieurs domaines de la physique.

Cette dernière remarque constitue un atout majeur de la représentation d'un système par BG.

En effet, il sera possible avec le même formalisme, de représenter des phénomènes électriques, mécaniques, thermiques, chimiques, hydraulique, etc.

## ***III.-.PRÉSENTATION DE LA MÉTHODOLOGIE BOND GRAPHS***

### III.1.-. Notions fondamentales

Considérons le système représenté par la figure 1 Il se compose d'un moteur à courant continu, qui entraîne par l'intermédiaire d'un arbre élastique, dans un mouvement en rotation, un pignon; celui-ci est couplé à une crémaillère qui entraîne dans son mouvement de translation un piston qui comprime l'air contenu dans un cylindre, l'amenant à s'échapper par un orifice.

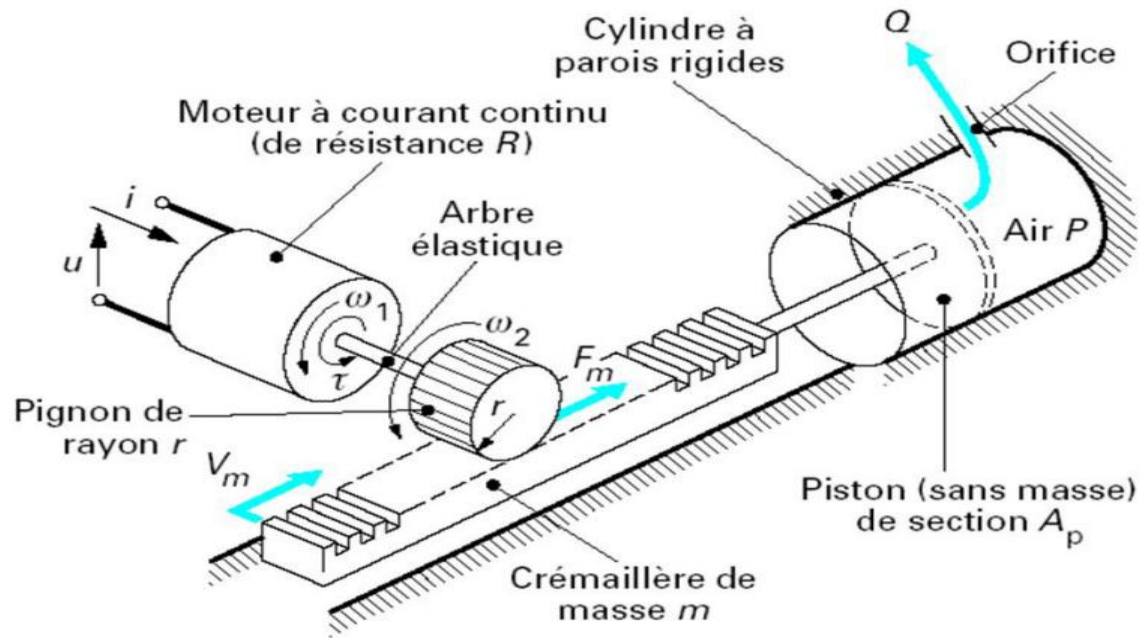


Figure 1: Exemple de système dynamique multi-physique

Dans ce système plusieurs domaines de la physique apparaissent et échangent de la puissance :

électrique,

mécanique de rotation  
et de translation,

et pneumatique

Dans le système global composé des sous-systèmes, il y a conservation de l'énergie et continuité de puissance.

la puissance instantanée échangée se calcule,

en mécanique par  $FV$  ou  $Cw$ ,

en électricité par  $UI$ ,

en pneumatique par  $PQ$ .

Le flux d'énergie échangé entre deux sous-systèmes est représenté par un lien de puissance, caractérisé par une demi-flèche qui correspond au « **bond** » (ou lien) du bond graph

Le schéma physique de la figure 1 conduit à une représentation sous forme de **bond graph à mots** présentée figure 2.

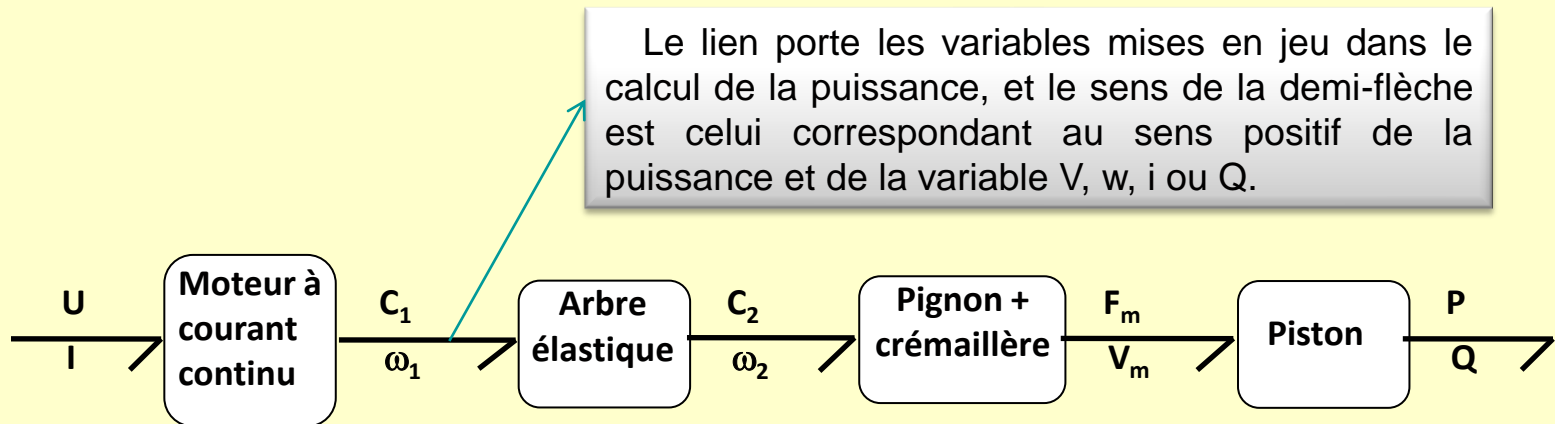


Figure 2 : Bond Graphs à mots associé au schéma de la figure 1

Comme second exemple pour illustrer cette approche, une analyse par BG à mots pour un véhicule électrique, donne la décomposition suivante :

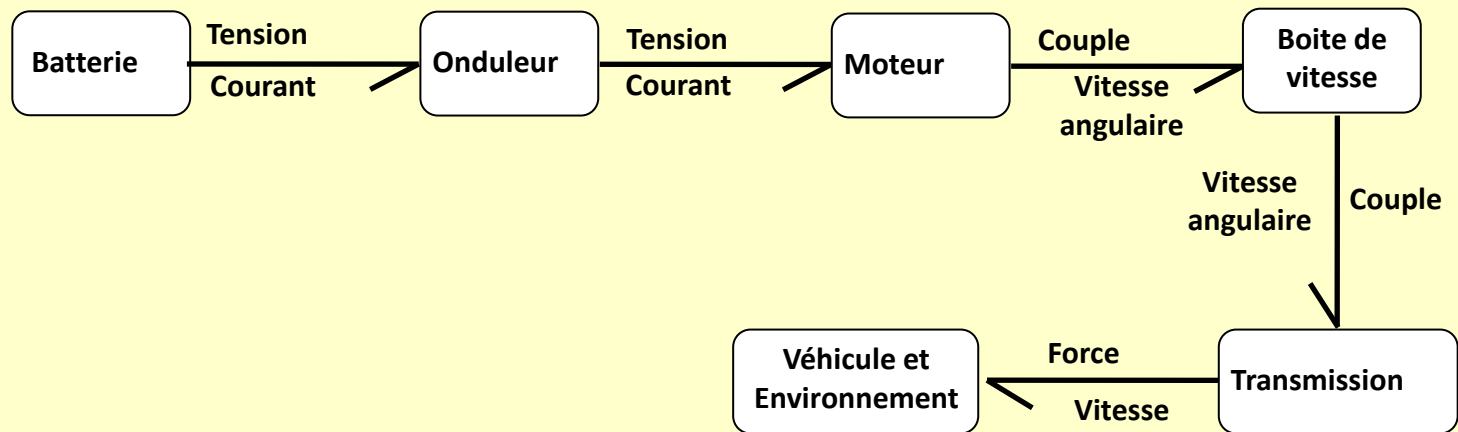


Figure 3 : Bond Graphs à mots d'un véhicule électrique

Le lien comportera deux grandeurs

la variable de flux notée  $f$

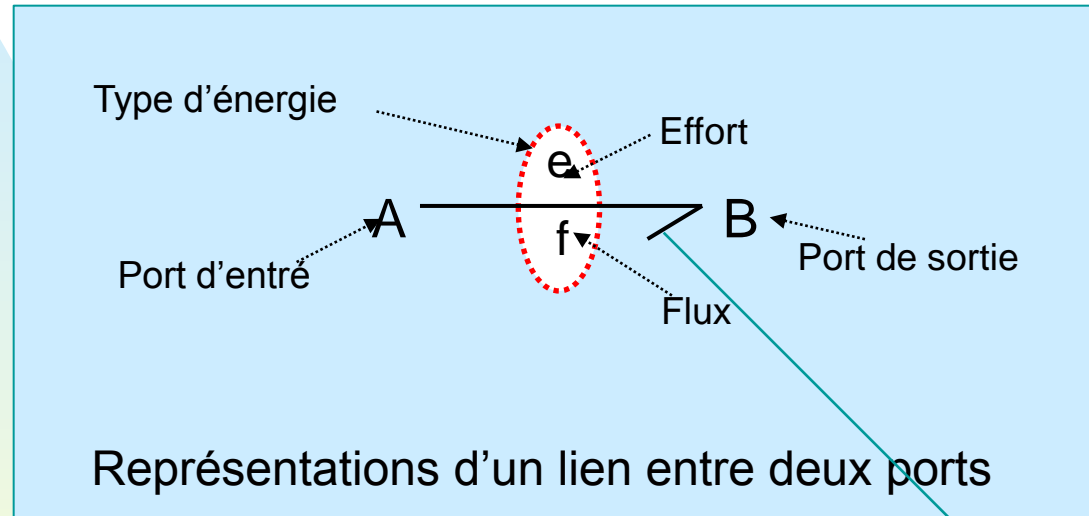
C'est une variable extensive et correspond à un nombre de particules par unité de temps.



La variable d'effort, notée  $e$

C'est une variable intensive indépendante de toute quantité de matière.

Un modèle bond graphs est une représentation graphique basé sur la possibilité de décomposition du système en un ensemble de sous systèmes élémentaires échangeant de la puissance entre eux. Le transfert de puissance (ou flux d'énergie) entre deux sous-systèmes est représenté par une demi flèche qui correspond au «bond » du bond graph.



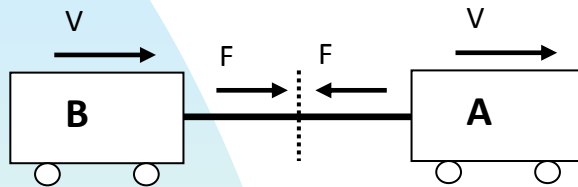
Le sens de la demi flèche et celui correspondant au sens positif de la puissance



## III.2.-. Définitions

### Entraînement Mécanique

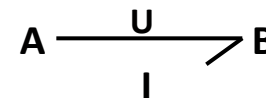
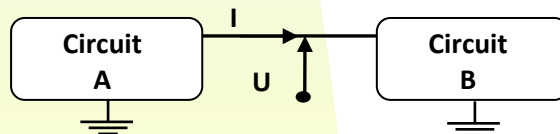
Si le véhicule A entraîne la charge B, la force de traction  $F$  sera l'effort et la vitesse  $V$  le flux ; ainsi la demi flèche donne alors le sens de passage de l'énergie.



Bond graph

### Systèmes Électriques

Dans le domaine électrique, lorsque le circuit A alimente le circuit B, la tension  $U$  représente l'effort et le courant  $i$  le flux (au sens Bond Graphs).



Bond graph

### III.3.-. Variables mise en jeu

Deux types de variables sont utilisées dans la théorie bond graphs

La variable de puissance

associées à chaque lien par les variables l'effort  $e(t)$  et le flux  $f(t)$

les variables d'énergie

Qui sont le moment généralisé  $p(t)$  et le déplacement généralisé  $q(t)$

### III.3.1.-. La variable de puissance P

La puissance échangée résulte du produit d'un flux par un effort.

$$P(t) = e(t) \cdot f(t)$$

#### Exemples

En électricité

$$P = U \cdot I$$

Effort :  $e = U$  la tension en Volts

Flux:  $f = I$  le courant en Ampère

En mécanique de rotation

$$P = C \cdot \omega$$

Effort :  $e = C$  le couple en N/m

Flux:  $f = \omega$  la vitesse angulaire rad/s

### III.3.2.-. La variable du moment généralisé $p(t)$

Le moment généralisé noté  $p(t)$  correspond à l'intégrale de l'effort

$$p(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau + p(0)$$

#### Exemples

En électricité

$$p(t) = \int_0^t U(\tau) d\tau + p(0)$$

Mais d'après les relations en électricité on a :

$$u(t) = \frac{d\varphi}{dt} \quad \Rightarrow \quad \varphi = \int_0^t u(t) dt$$

Donc pour un système **électrique** le moment généralisé **c'est le flux**  
 **$P(t) = \varphi(t)$**

En mécanique de translation

$$p(t) = \int_0^t F(\tau) d\tau + p(0)$$

Le moment généralisé représente en mécanique de translation, l'impulsion en Ns.

En mécanique de rotation

$$p(t) = \int_0^t C(\tau) d\tau + p(0)$$

Le moment généralisé représente, en mécanique de rotation, l'impulsion angulaire en Nms.

### III.3.3.- La variable de déplacement généralisé $q(t)$

Cette notion de déplacement est la grandeur duale du moment généralisé noté  $q(t)$  elle s'exprime par l'intégrale du flux

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau + q(0)$$

#### Exemples

En électricité

$$q(t) = \int_0^t I(\tau) d\tau + q(0)$$

or:

$$Q = C \cdot U$$

De plus:

$$U = \frac{1}{C} \int_0^t I(t) dt$$

$$Q = \int_0^t I(t) dt \quad \Rightarrow \quad q = Q$$

Dans le domaine électrique le déplacement représente la charge en Coulomb:  $q(t) = Q$ .

En mécanique de translation

$$q(t) = \int_0^t V(\tau) d\tau + q(0)$$

Mais l'intégrale de la vitesse est ici le déplacement exprimé en m

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t V(\tau) d\tau \quad \Rightarrow \quad x = q$$

C'est de la particularité, de cette variable dans le domaine mécanique, que vient la dénomination de déplacement.

En mécanique de rotation

$$q(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + q(0)$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau \quad \Rightarrow \quad \theta = q$$

### III.3.4.-. La variable d'énergie E(t)

Dans un système  
l'énergie est

stockée

ou dissipée

Les mécanismes de dissipation sont multiples mais aboutissent tous à une transformation en chaleur. C'est par exemple ; l'effet joule pour les courants électriques, les frottements mécanique aux interfaces des déplacements.

La variable d'énergie s'exprime par:

$$E(t) = \int_0^t e(\tau) f(\tau) d\tau + E(0)$$



## Exemples

En électricité

$$E(t) = \int_0^t U(\tau)I(\tau) d\tau + E(0)$$

En mécanique de translation

$$E(t) = \int_0^t F(\tau)V(\tau) d\tau + q(0)$$

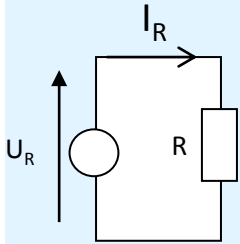
### III.4.-. Variables de flux et d'effort en fonction du domaine

<i>DOMAINE</i>	<i>EFFORT E</i>	<i>FLUX F</i>	<i>MOMENT P</i>	<i>DÉPLACEMENT</i>
<b>ÉLECTRIQUE</b>	La tension U en Volts	Le courant I en Ampère	Flux $\theta$ en V.s	Charge Q en coulomb
<b>MÉCANIQUE TRANSLATION</b>	La force en Newton	La vitesse en m/s	moment p en N.s	Déplacement x en mètre
<b>MÉCANIQUE ROTATION</b>	Le couple C en Nm	La vitesse $\omega$ en rad/s	moment angulaire p en N. m s	Angle en rad
<b>MAGNÉTIQUE</b>	La force magnétomotrice	La dérivée du flux magnétique		Le flux magnétique
<b>HYDRAULIQUE</b>	Pression Pascal en	Débit Q en m <sup>3</sup> /s	Impulsion égale à l'intégrale de la pression N.s/m <sup>2</sup>	Volume en m <sup>3</sup>
<b>THERMIQUE</b>	Température en degré Celsius	Dérivée de l'entropie S (taux d'échange thermique)	Non utilisée	Entropie S de (Quantité de chaleur)
<b>CHIMIQUE</b>	Potentiel chimique $\mu$	Flux molaire	Non utilisée	Nombre de moles

# RAPPEL SUR LES RELATIONS FONDAMENTALES EN ÉLECTRICITÉ ET MÉCANIQUE

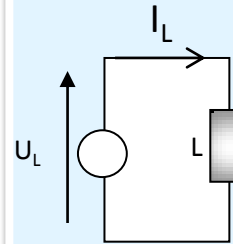
## DOMAINE ÉLECTRICITÉ

### Résistance Pure



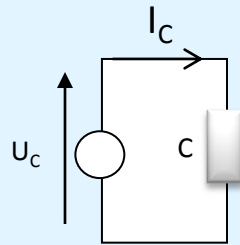
$$U_R(t) = R \cdot I_R(t)$$

### Inductance Pure



$$U_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt}$$

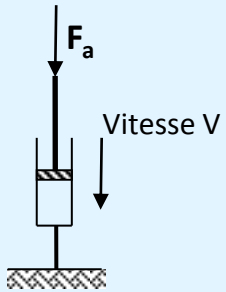
### Capacité Pure



$$U_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t I_C(t) dt$$

# DOMAINE MÉCANIQUE

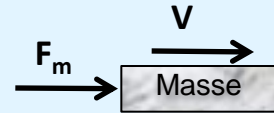
## Amortisseur



$$F_a(t) = b \cdot V(t)$$

$b$ : Coefficient d'amortissement

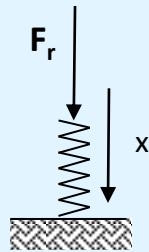
## Masse



$$F_m(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$$

$M$  : Masse

## Ressort



$$F(t) = k \cdot x(t) = k \int_0^t v(t) dt$$

$k$ : Coefficient de raideur

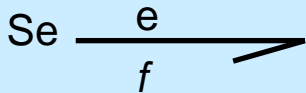
# **IV.-. ÉLÉMENTS DU LANGAGE BOND GRAPHS**

## IV.1.-. Les éléments actifs

Au nombre de deux: une source d'effort ( $S_e$ ) et une source de flux ( $S_f$ ). Elles sont dites actives car elles fournissent l'énergie au système.

### IV.1.1.-. Sources d'effort

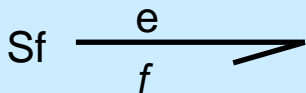
#### Représentation par BG



La variable effort est supposée indépendante du flux fourni par la source.

### IV.1.2.-. Sources de flux

#### Représentation par BG

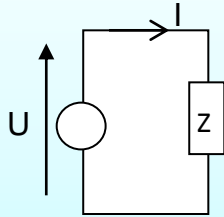


Cette source est la duale de la source d'effort.

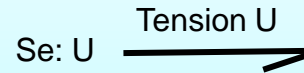
## Exemples

### Source d'effort

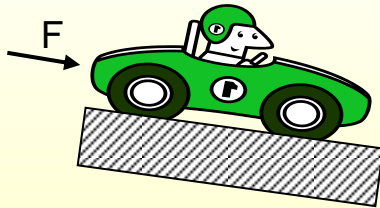
#### En électricité



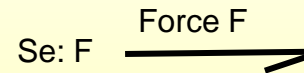
Source d'effort = Source de tension d'alimentation d'impédance nulle



#### En mécanique de translation

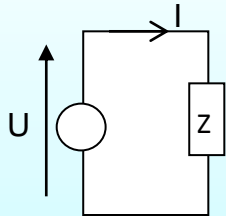


Source d'effort: Moteur d'entraînement ayant des pertes nulles et fournissant une force de propulsion F

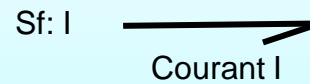


# Source de flux

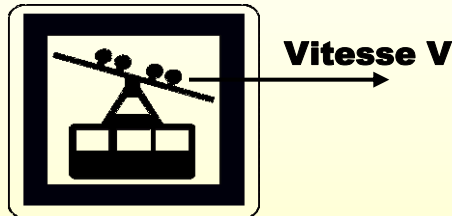
## En électricité



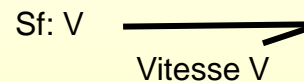
Source de flux = Source de courant d'impédance infinie



## En mécanique de translation



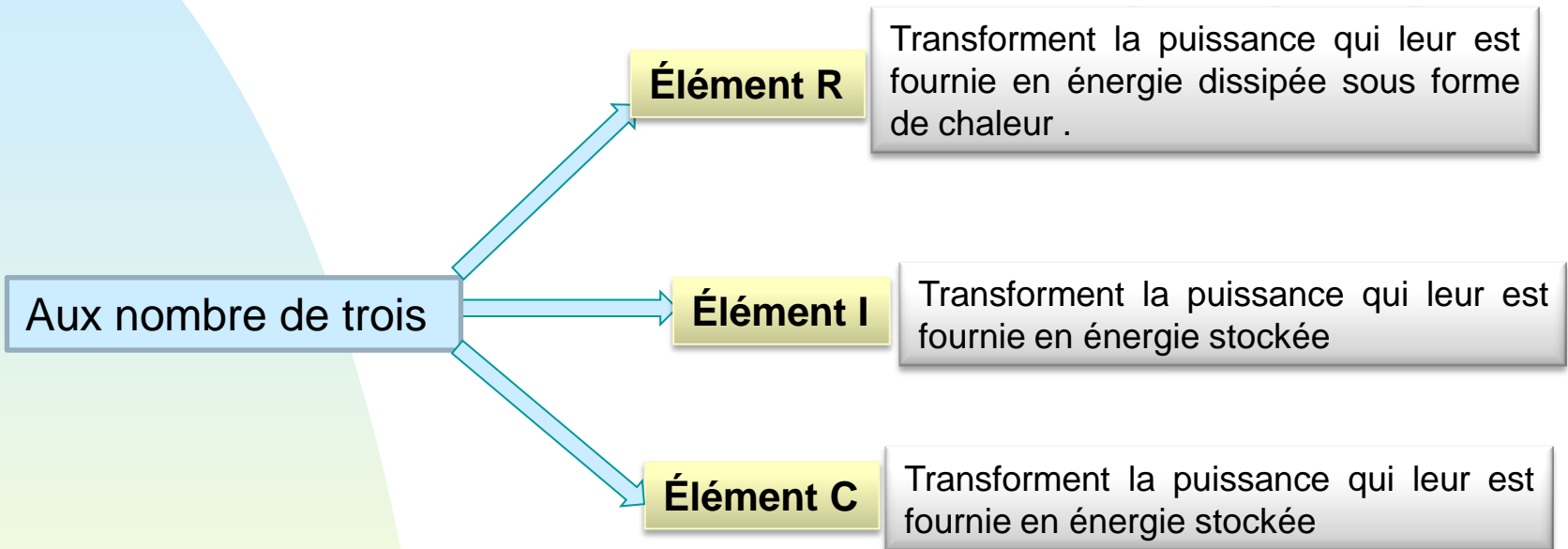
Source de flux = Moteur d'entrainement ayant une inertie infinie et fournissant une vitesse constante V





## IV.2.-. Les éléments passifs

Ils sont dits éléments passifs car ils transforment la puissance qui leur est fournie en énergie.

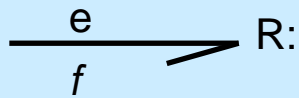


La puissance est fournie aux éléments, ce qui impose d'orienter le sens de la demi flèche du lien vers l'élément.

## IV.2.1.- Élément résistif $R$

L'élément  $R$  est utilisé pour modéliser tout phénomène physique liant la variable d'effort à la variable flux dans le domaine physique considéré.

### Représentation par BG

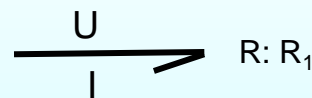
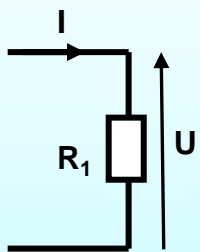


### Équation

$$e(t) = R \cdot f(t)$$

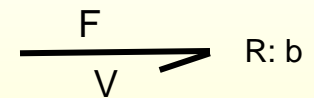
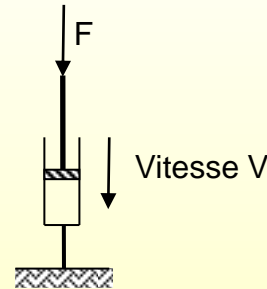
### Exemples

#### En électricité



La puissance dissipée  
 $P = U \cdot I = R_1 I^2$

#### En mécanique de translation



La puissance dissipée  
 $P = V \cdot F = b \cdot V^2$

## IV.2.2.-. Élément C (Stockage de type potentiel)

L'élément C est utilisé pour modéliser tout phénomène physique liant la variable effort  $e$  à la variable déplacement  $q(t)$ . Cet élément prend en compte le stockage d'un effort. On parle d'un stockage de type potentiel.

### Représentation par BG

$$\frac{e}{f} \quad \text{C:}$$

### Équation

$$q(t) = C \cdot e(t)$$

Compte tenu de la définition de  $q(t)$  l'expression précédente peut se mettre sous la forme

$$e(t) = \frac{1}{C} \int_0^t f(\tau) d\tau$$



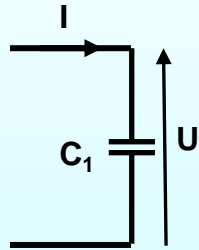
$$f(t) = C \frac{de}{dt} = \frac{dq(t)}{dt} = \dot{q}$$

Nous pouvons adopter pour la représentation de l'élément C le graphisme suivant :

$$\frac{e}{f = dq/dt} \quad \text{C:}$$

## Exemples

### En électricité



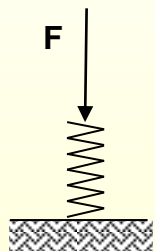
$$u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$

Effort:  $e(t)$   
 $1/C$   
 Flux:  $f(t)$

Par identification il vient que l'élément C dans un système électrique est la capacité:  $C : C_1$

$$\frac{U}{I} \rightarrow C : C_1$$

### En mécanique de translation



$$F(t) = k \cdot x(t) = k \int_0^t v(\tau) d\tau$$

Par identification, il vient que l'élément C dans un système mécanique de translation est l'inverse de la raideur  $C : 1/k$ .

$$\frac{F}{V} \rightarrow C : 1/k$$

## Calcul de de l'énergie emmagasinée

L'énergie stockée peut s'exprimer par :

$$E(t) = \int_0^t e(\tau) f(\tau) d\tau + E(0)$$

Ou encore en fonction du déplacement, l'énergie s'exprime par:

$$E(q) = \int_{q_0}^q e(q) dq + E(q_0)$$

## Exemples

### Énergie stockée dans un ressort ( $q = x$ )

$$E(x) = \int_{x_0}^x F(x) dx + E(x_0) = \int_{x_0}^x kx dx + E(x_0) = \frac{1}{2} kx^2$$

Expression connue de l'énergie stockée dans un ressort de raideur  $k$

### Énergie stockée dans un condensateur

Dans un condensateur la charge  $q$  (déplacement) est reliée à la tension (effort) par la relation  $q = CU$

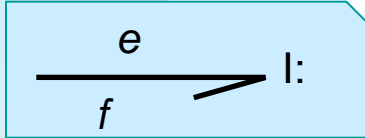
$$E(q) = \int_{q_0}^q U(q) dq + E(q_0) = \int_{q_0}^q \frac{q}{C} dq + E(q_0) = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2$$

Expression connue de l'énergie électrique stockée dans un condensateur

### IV.2.3.-. Élément inertiel I

L'élément I est utilisé pour modéliser tout phénomène physique liant la variable flux  $f$  à la variable moment  $p(t)$ .

Représentation par BG



Équation

$$P(t) = I \cdot f(t)$$

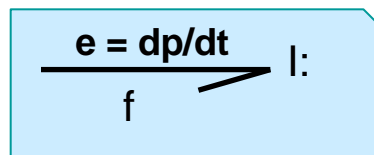
Compte tenu de la définition de  $p(t)$  l'expression précédente peut se mettre sous la forme

$$f(t) = \frac{1}{I} \int_0^t e(\tau) d\tau$$



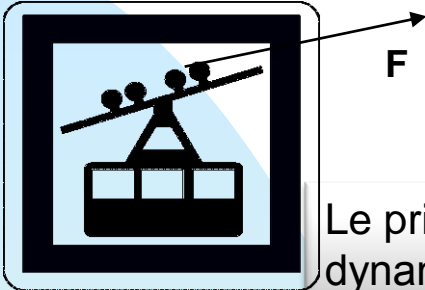
$$e(t) = I \frac{df(t)}{dt} \Rightarrow e(t) = \frac{dp(t)}{dt} = \dot{p}$$

Nous pouvons adopter pour la représentation de l'élément I le graphisme suivant :



## Exemples

En mécanique de translation



Masse  $M$

Le principe fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$F(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$$



$$V(t) = \frac{1}{M} \int_0^t F(\tau) d\tau$$

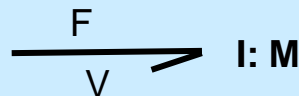
Flux:  $f(t)$

$1/I$

Effort:  $e(t)$

Par identification, il vient que l'élément  $I$  dans un système mécanique de translation est la masse en mouvement  $I : M$ .

D'où le BG du système mécanique





## En mécanique de rotation

$$C = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$



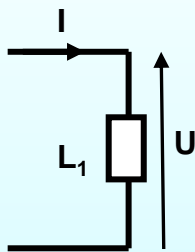
$$\omega(t) = \frac{1}{J} \int_0^t C(\tau) d\tau$$

De plus:

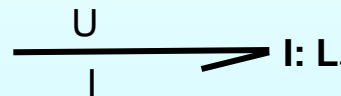
l'effort  $e(t) = C(t)$ Et le flux  $f(t) = \omega(t)$ 

Par identification, il vient que l'élément I dans un système mécanique de rotation est le moment d'inertie **I : J**

## En électricité



$$U(t) = L \frac{dI(t)}{dt} \Rightarrow I(t) = \frac{1}{L} \int_0^t U(t) dt$$



Par identification il vient que l'élément I dans un système électrique est l'inductance: **I : L<sub>1</sub>**

## Calcul de de l'énergie emmagasinée

L'énergie stockée peut s'exprimer par :

$$E(t) = \int_0^t e(\tau) f(\tau) d\tau + E(0)$$

**Ou encore en fonction du moment généralisé par:**

$$E(p) = \int_{p_0}^p f(p) dp + E(p_0)$$

## Exemples

### En mécanique de translation

#### Énergie stockée dans une masse

Pour une masse en mouvement  $p = M.v$

$$E(p) = \int_{p_0}^p V(p) dp + E(p_0) = \int_{p_0}^p \frac{p}{M} dp + E(p_0) = \frac{1}{2} \frac{p^2}{M} = \frac{1}{2} M V^2$$

Expression connue de l'énergie stockée dans une masse  $m$  en mouvement

#### Énergie stockée dans une inductance

Dans le domaine électrique,  $p$  représente l'impulsion  $P = L.I$

$$E(p) = \int_{p_0}^p I(p) dp + E(p_0) = \int_{p_0}^p \frac{p}{L} dp + E(p_0) = \frac{1}{2} \frac{p^2}{L} = \frac{1}{2} L I^2$$

Expression connue de l'énergie magnétique emmagasinée dans une inductance

## IV.3.-. Tétraèdre de Paytner

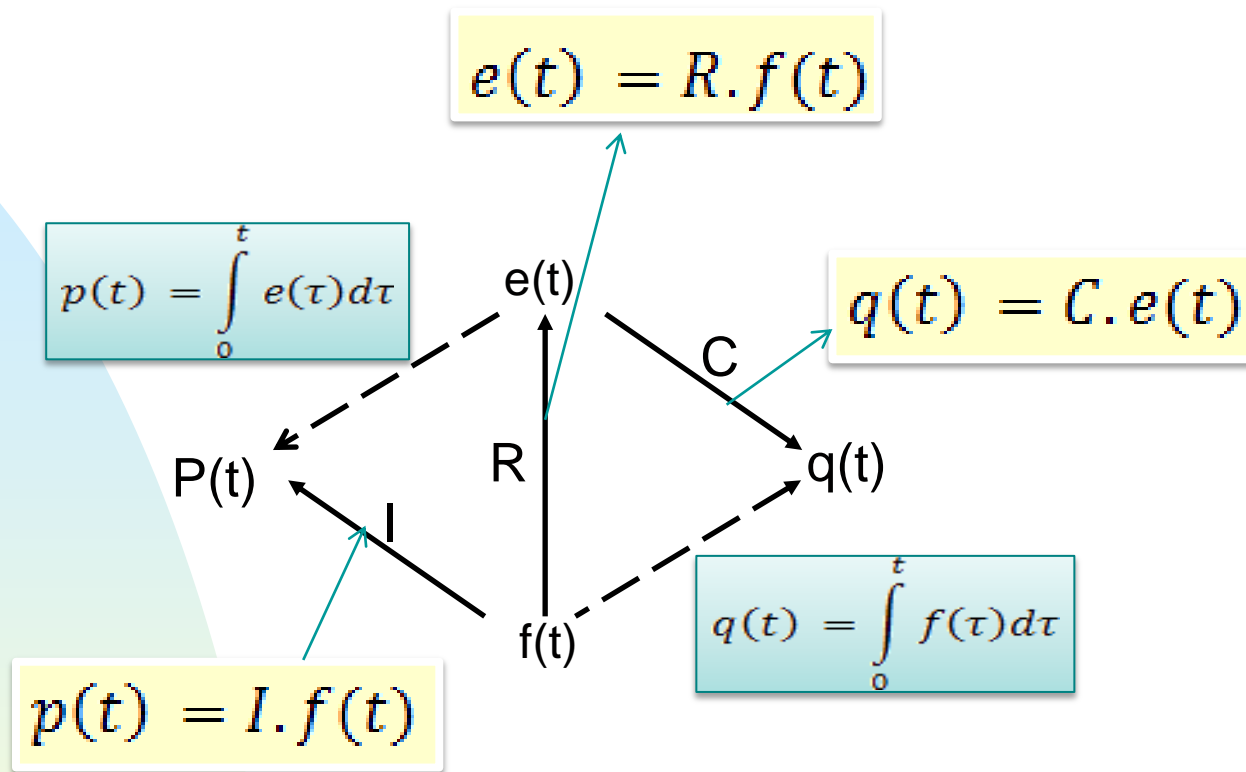


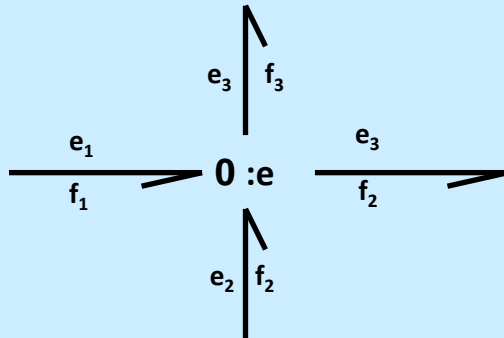
Figure 3 : Tétraèdre de Paytner

## IV.4.-. Les jonctions

### IV.4.1.-. La jonction 0

La jonction 0 implique que la variable effort est commune à plusieurs éléments. Elle permet de coupler plusieurs éléments soumis au même effort.

#### Représentation par BG



Jonction 0 avec quatre branches

#### Équation

Tous les efforts sont égaux :  $e = e_1 = e_2 = e_3 = e_4$ .  
Donc la somme algébrique des puissances est nulle :

$$\sum_k e_k \cdot f_k = 0$$

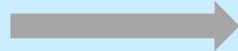
Or le sens de la demi-flèche indique le sens des puissances positives. Pour notre exemple la relation entre les flux est:

Voir règle des signes

$$f_1 + f_2 - f_3 - f_4 = 0$$

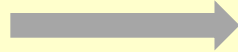
## Règle des signes

$$\frac{e}{f} \rightarrow 0 \text{ (ou 1)}$$



On affecte le signe positif pour e ou f  
**+e, +f**

$$0 \text{ (ou 1)} \frac{e}{f} \rightarrow$$

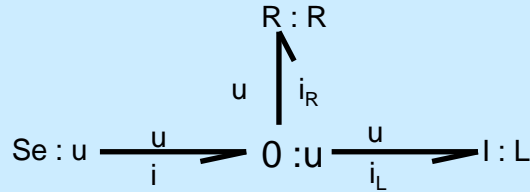
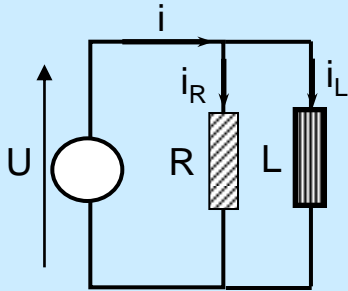


On affecte le signe négatif pour e ou f  
**-e, -f**

## Exemples

### En électricité

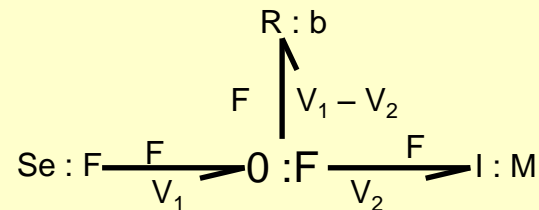
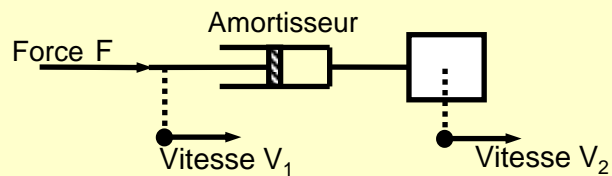
Association parallèle d'éléments soumis à une même tension



**Modèle BG du circuit électrique**

### En mécanique de translation

Association série d'éléments soumis à une même force

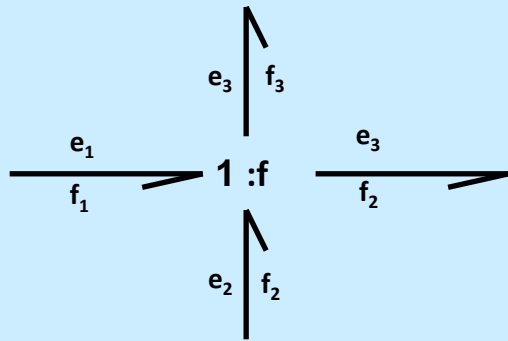


**Modèle BG du système mécanique**

## IV.4.2.- La jonction 1

La jonction 1 implique que la variable flux est commune à plusieurs éléments. Elle permet de coupler plusieurs éléments soumis au même flux.

### Représentation par BG



Jonction 1 avec quatre branches

### Équation

Tous les flux sont égaux :  $f = f_1 = f_2 = f_3 = f_4$ .  
Donc la somme algébrique des puissances est nulle :

$$\sum_k e_k \cdot f_k = 0$$

Or le sens de la demi-flèche indique le sens des puissances positives. Pour notre exemple la relation entre les efforts est:

$$e_1 + e_2 - e_3 - e_4 = 0$$

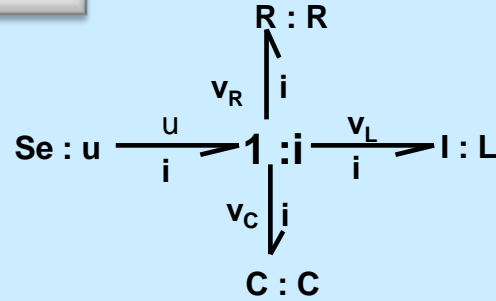
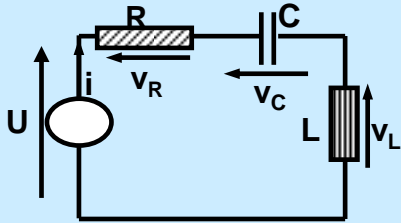
Voir règle des signes



# Exemples

## En électricité

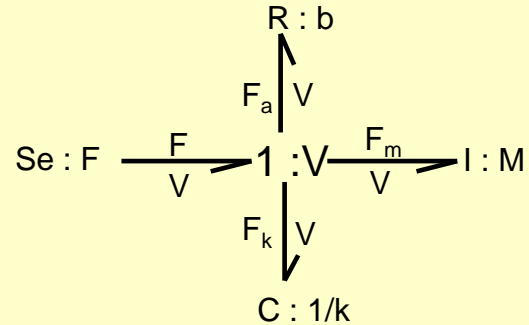
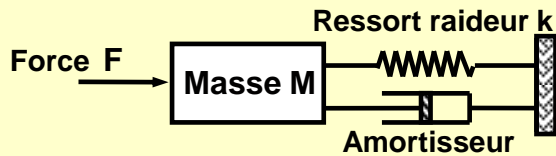
Association en série d'éléments soumis à un même courant



**Modèle BG du circuit électrique série**

## En mécanique de translation

Association parallèle d'éléments soumis à une même force



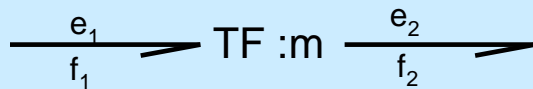
**Modèle BG du système mécanique**

## IV.5.-. Éléments de transformation

### IV.5.1.-. Transformateur TF

C'est un élément à deux ports permettant un changement des flux et des efforts tout en étant conservatif en puissance

#### Représentation par BG



#### Équation

Les relations caractérisant le transformateur sont :

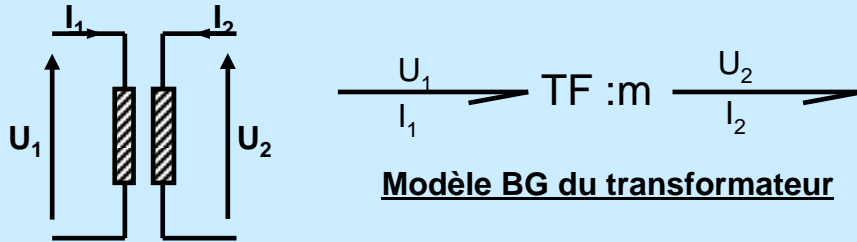
$$e_1 = m e_2$$

$$f_2 = m f_1$$

On appelle  $m$  le rapport ou facteur de transformation.

## Exemples

### En électricité



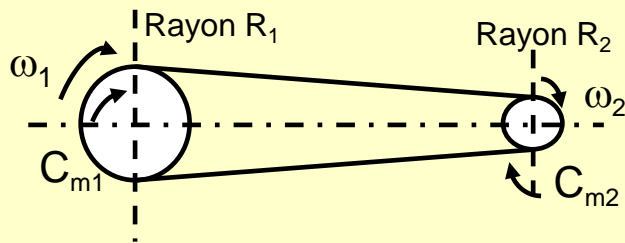
### Remarque

Pour un transformateur idéal sans pertes :

$$P = U_1 I_1 = U_2 I_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = m$$

### En mécanique de translation



$$\frac{C_{m1}}{\omega_1} \xrightarrow{\text{TF : } m} \frac{C_{m2}}{\omega_2}$$

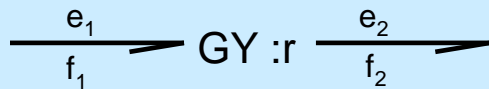
**Modèle BG du système mécanique**

## IV.5.2.- Gyrateur GY

L'élément gyrateur est également un élément à deux ports conservateur de puissance, il intervient dans la modélisation des gyroscopes, des capteurs) effet Hall.

Il est utilisé pour modéliser les changements des domaines qui se font sans pertes de puissances physiques.

### Représentation par BG



### Équation

Les relations caractérisant le gyrateur sont :

$$e_1 = r f_2$$

$$e_2 = r f_1$$

On appelle  $r$  le rapport du gyrateur

## Exemple

Moteur à courant continu:

Un moteur transforme de la puissance électrique en puissance mécanique.

le couple moteur est donné par :  $C_m = k\phi I_s$

k : constante du couple.  
j : flux inducteur.  
 $I_s$  : courant d'excitation.

Et la force électromotrice est donnée par :  $E = k\phi\omega$

Si nous identifions

pour les grandeurs électriques :

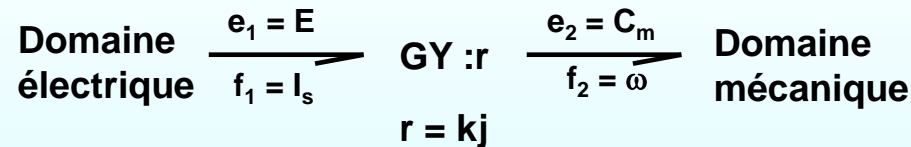
Effort  $e_1 = E$

Flux  $f_1 = I_s$

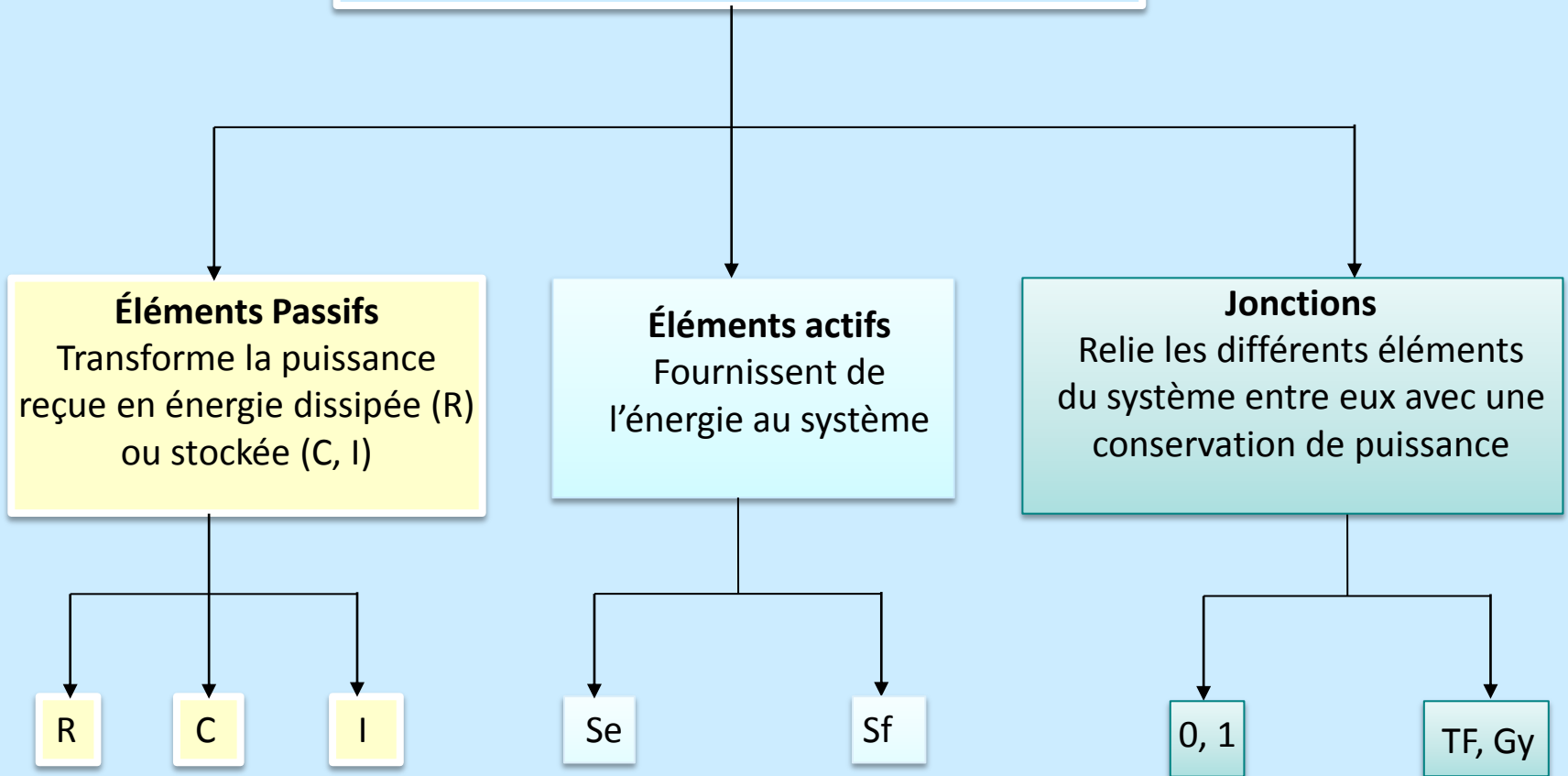
Et pour les grandeurs mécaniques :

Effort  $e_2 = C_m$

Flux  $f_2 = \omega$



# Éléments du Bond Graphs



## IV.5.-. Les Détecteurs

Ceux sont des éléments qui placés dans un BG indiquent la présence d'un capteur ou d'un instrument de mesure supposé idéal. Ainsi aucune puissance n'est consommée par le détecteur.

**Détecteur d'effort**

$$\xrightarrow[f=0]{e} D_e$$

**Détecteur de flux**

$$\xrightarrow[f]{e=0} D_f$$

# V.-. MÉTHODE DE CONSTRUCTION D'UN BOND GRAPHS



## V.1.-. Procédure de construction: Système électrique

Pour un système électrique la méthode de construction du BG consiste à:

Identifier et nommer les points du système dont les variables d'effort différent (tension). Pour toutes ces valeurs d'effort placer une jonction 0. Fixer une référence pour l'effort (tension)

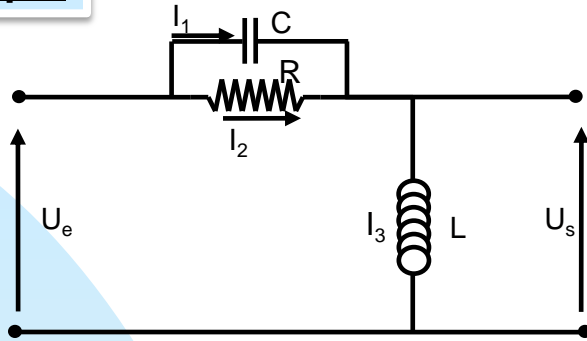
Placer des jonctions 1 entre les jonctions 0 si un élément R, ou I ou C ou une source est situé entre les deux potentiels correspondants ;

Affecter le sens de transmission de la puissance en reliant les jonctions par des liens ;

La jonction 0 correspondant au potentiel zéro (masse) peut généralement être simplifiée ;

Simplifier le BG si possible.

**Exemple**



La construction du BG repose sur la création de trois jonction associées à chaque potentiel, ici 0 :  $U_e$ , 0 :  $U_{ref}$  et :  $U_s$  (figure 9)

Figure 4: Filtre électrique

La résistance R et la capacité C sont soumises à la même différence de potentiel  $U_e - U_s$  : il faut donc créer deux jonctions 1 (figure suivante) qui représentent cette différence de potentiel. Les éléments R et C sont connectés à chaque jonction 1 et l'élément L est connecté à la jonction  $U_s$ . Nous obtenons le modèle BG suivant.

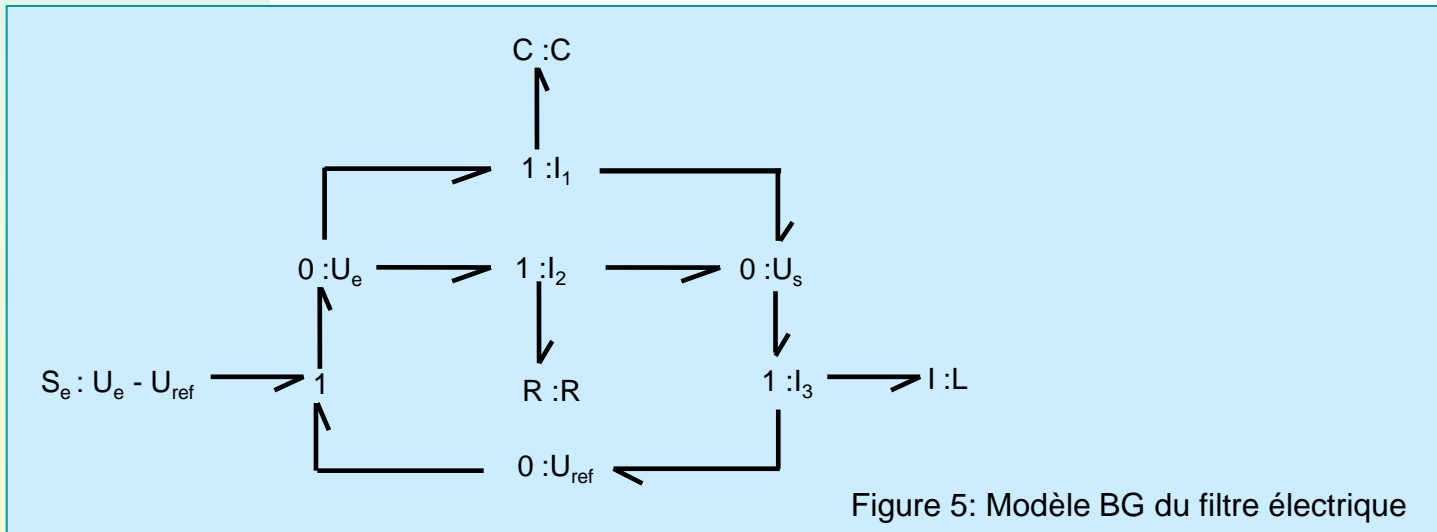


Figure 5: Modèle BG du filtre électrique

## V.2.- Règles de simplifications

1- Si une jonction 1 (ou 0) n'a aucun lien en entrée et un lien en sortie, on peut éliminer cette jonction (en effet elle transmet la puissance).

### Exemple 1

Jonction 0  $\Rightarrow e_1 = e_2 = e$

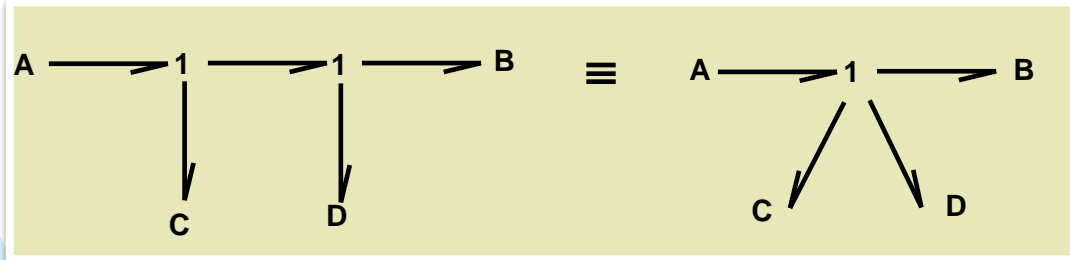
$$A \xrightarrow[f_1]{e_1} 0 \xrightarrow[f_2]{e_2} B \quad \equiv \quad A \xrightarrow[f_1 = f_2]{e} B$$

$$A \xrightarrow[f_1]{e_1} 1 \xrightarrow[f_2]{e_2} B \quad \equiv \quad A \xrightarrow[f]{e_1 = e_2} B$$

Jonction 1  $\Rightarrow f_1 = f_2 = f$

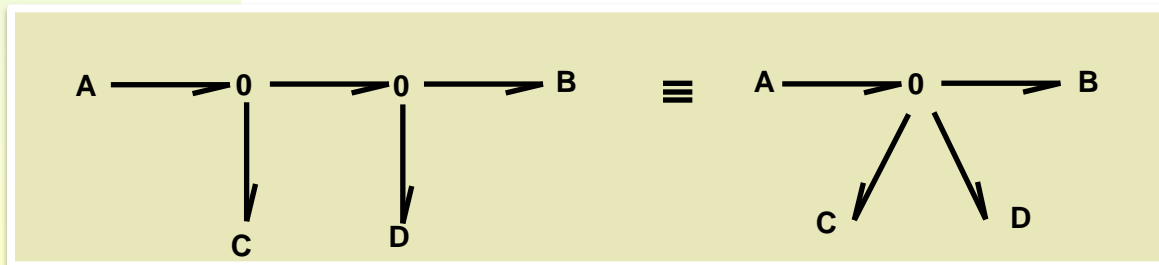
2- Si deux jonctions 1 sont reliées par un seul lien, on peut les réduire à une seule jonction 1 traduisant le flux commun.

### Exemple 2

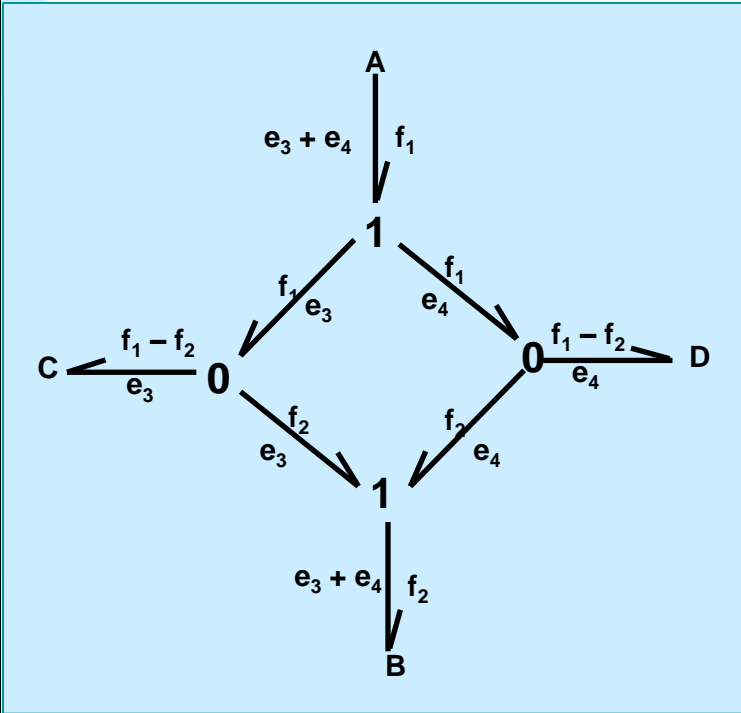


3- Si deux jonctions 0 sont reliées par un seul lien, on peut les réduire à une seule jonction 0 traduisant l'effort commun.

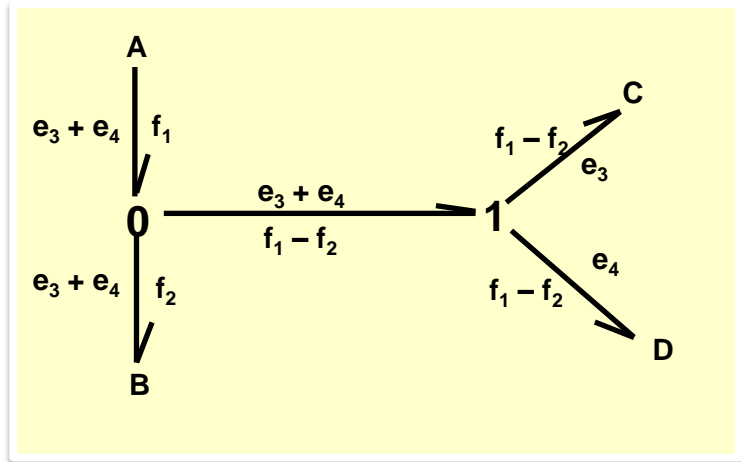
### Exemple 3



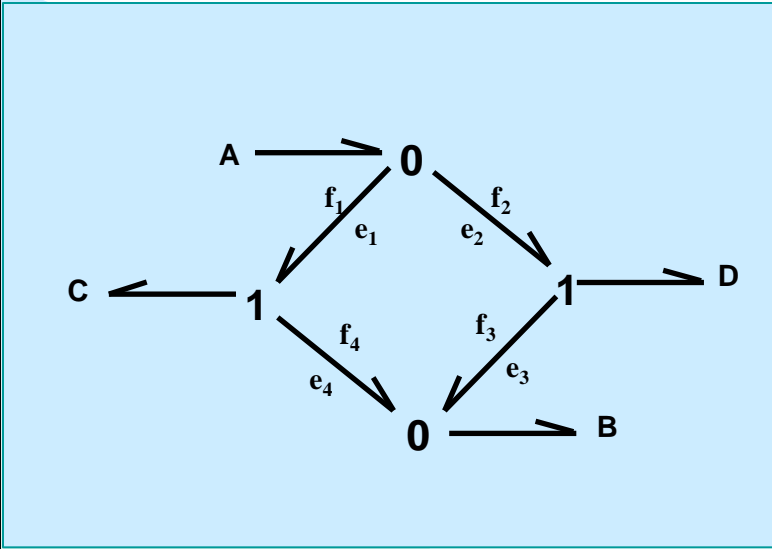
**Exemple 4**



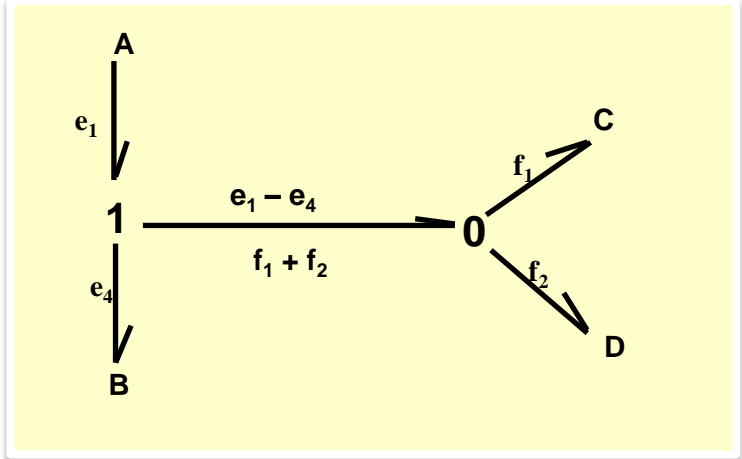
Après simplification du modèle BG on obtient



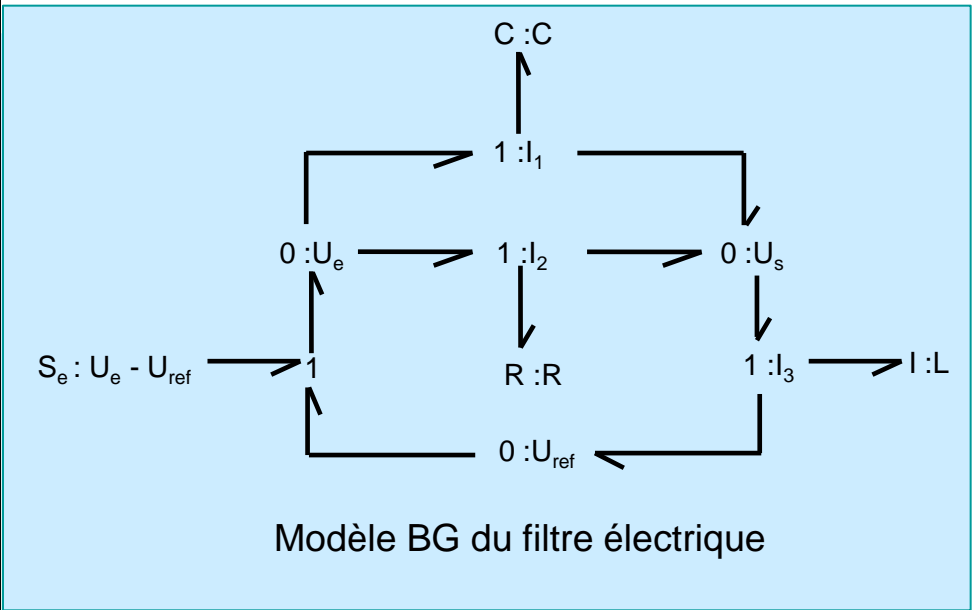
**Exemple 5**



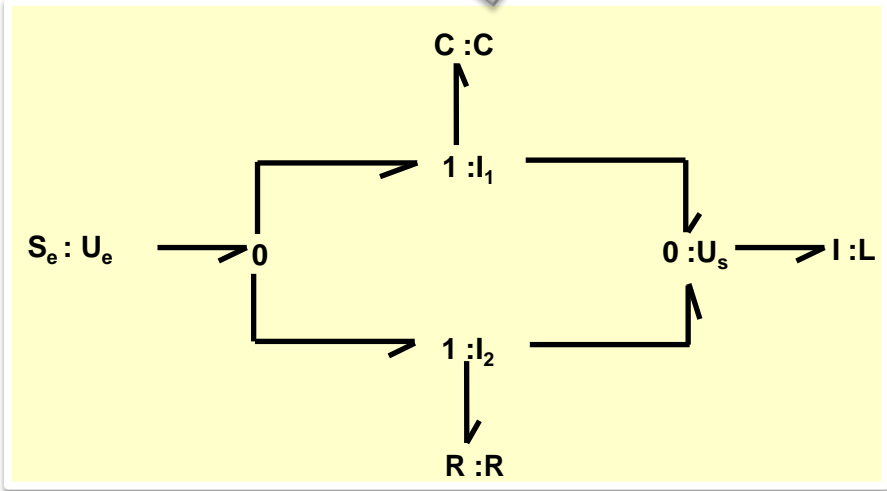
Après simplification du modèle BG on obtient



**Exemple 6**



Après simplification du modèle BG on obtient



### V.3.-. Procédure de construction: Système Mécanique

les systèmes mécaniques sont représentés par des BG construits de la manière suivante:

Identifier et nommer le point du système dont le variable flux différent (vitesse). Pour toutes ces valeurs de flux placer une jonction 1. Fixer un axe de référence pour le flux (vitesse)

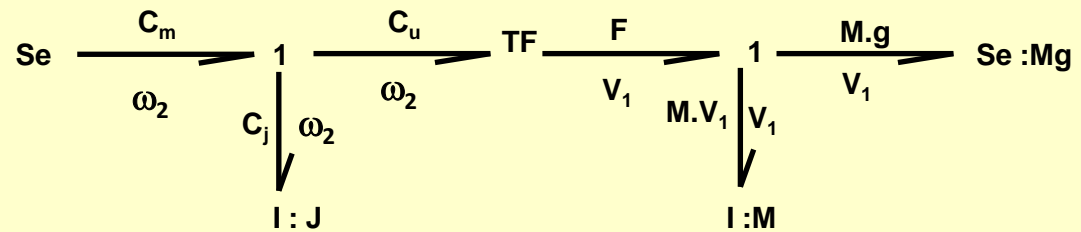
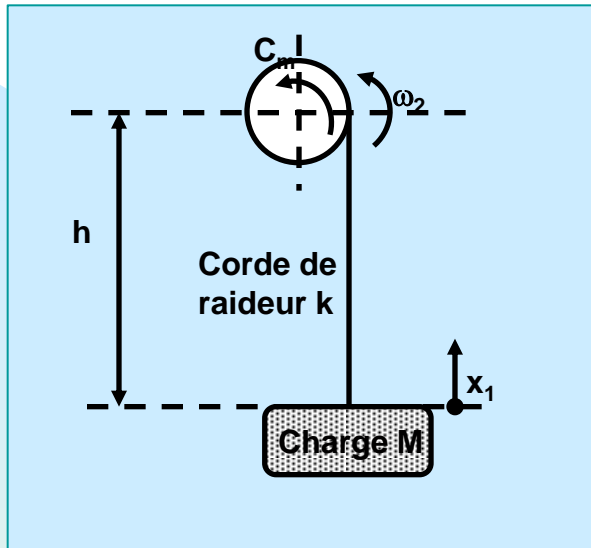
Placer des jonctions 0 entre les jonctions 1 afin de prendre en compte les relations existant entre les efforts (forces)

Relier les jonctions par des liens en respectant le sens de transfert de la puissance ;

Placer les éléments de base présents dans le système, soit sur l'extrémité du lien associé, soit sur la jonction concernée ;

Simplifier le BG si possible.



**Exemple 6**

Modèle BG du système de poulie