Université de Batna-2-
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique

Master : Energies Renouvelables en Electrotechnique
Unité : Méthode Numériques Appliquées et Optimisation
Année : 2020/2021

TP N°1

Calcul d'Intégrale

1. Objectif :

Le but escompté de ce TP est de calculer par des méthodes numériques (numériquement), l'*intégrale définie* ($\int_a^b f(t)\,dt$) d'une fonction f continue donnée sur un intervalle fini [*a, b*].

2. Approximation d'une intégrale :

L'approximation de l'intégrale d'une fonction continue se fait par une somme (discrète) :

$$\int_a^b f(t)\,dt \approx \sum_k \alpha_k f(t_k) = \sum_k \alpha_k f_k \qquad \text{avec} \quad t_0 = a\,, \quad t_n = b \ \text{ et } \ t_k = a + k.h$$

Le pas h, s'il est constant (uniforme), est donné par : $h = \dfrac{b-a}{n}$

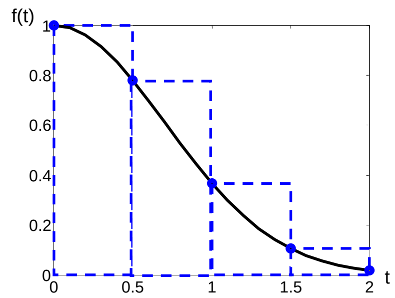

Fig.1. Méthode des rectangles

3. Méthode des rectangles :

La fonction $f(t)$ est approximée par **une constate** $f(t_k)$ sur l'intervalle $[t_k\ t_{k+1}]$,

et l'intégrale se calcule comme suit :

$$\int_a^b f(t)\,dt \approx \sum_{k=0}^{n-1} h_k\ f(t_k) = h\sum_{k=0}^{n-1} f_k \quad \text{pour } h_k{=}h \text{ constant .}$$

4. Méthode des trapèzes :

La fonction $f(t)$ est approximée par **un segment de droite** sur l'intervalle $[t_k\ t_{k+1}]$,

et l'intégrale se calcule comme suit :

$$\int_a^b f(t)\,dt \approx \sum_{k=0}^{n} h_k\ f(t_k) = \frac{h}{2}(f_0 + f_n) + h\sum_{k=1}^{n-1} f_k \quad \text{pour } h \text{ constant}$$

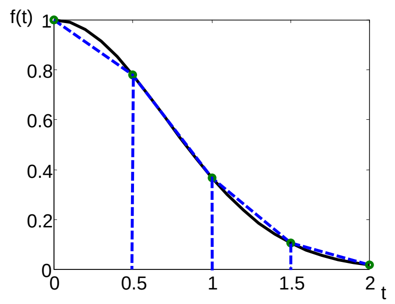

Fig.2. Méthode des trapèzes

5. Méthode de Simpson :

Cette méthode consiste à remplacer la fonction à intégrer *f(t),* sur l'intervalle $[t_{k-1}, t_{k+1}]$, par **une parabole** définie par trois points successives. Il s'agit d'une approximation parabolique par morceaux, soit sur l'intervalle $[t_0, t_2]$:

$$p(t) = f_0\frac{(t-t_1)(t-t_2)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)} + f_1\frac{(t-t_0)(t-t_2)}{(t_1-t_0)(t_1-t_2)} + f_2\frac{(t-t_0)(t-t_1)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)} \qquad \text{le polynôme d'approximation.}$$

et l'intégrale se calcule comme suit : $\int_{t_0}^{t_2} f(t)dt \approx \int_{t_0}^{t_2} p(t)dt = \frac{h}{3}[f_0 + 4f_1 + f_2]$ sur l'intervalle $[t_0, t_2]$.

En appliquant ce procédé pour tous les sous intervalles à 03 points, on obtient finalement la formule de Simpson :

$$\int_a^b f(t)dt \approx \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \ldots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n) = \frac{h}{3}\left[(f_0 + f_n) + 4\sum_{k\,imp}^{n-1} f_k + 2\sum_{k\,pair}^{n-2} f_k\right]$$

6. <u>Travail à faire au centre de calcul</u>

Soit à intégrer la fonction $f(t) = \dfrac{1}{1+t}$ sur l'intervalle [0 1]. Le calcul analytique pour cette intégrale donne :

$$\int_0^1 \frac{1}{1+t}\, dt = \mathbf{ln(2) = 0.6931.}$$

Ecrire, pour chacune des méthodes d'intégration numérique sus-citées, un programme MATLAB qui permet de calculer une approximation de ln(2).

- **Méthode des rectangles :**

n	1	5	10	100	1000
h					
Intégrale					
Err					
Abs(Err)					

Conclusion :

- **Méthode des trapèzes :**

n	1	5	10	100	1000
h					
Intégrale					
Err					
Abs(Err)					

Conclusion :

- **Méthode de Simpson :**

n	1	5	10	100	1000
h					
Intégrale					
Err					
Abs(Err)					

Conclusion :
