

TP N°2

Résolution des systèmes d'équations linéaires et non linéaires par les méthodes itératives

1. Objectif :

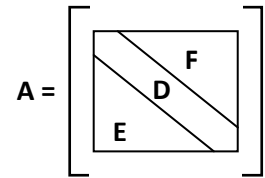
Il s'agit de rechercher des solutions des systèmes d'équations par itérations. Les systèmes d'équations peuvent être linéaires ou non.

- o Dans le cas linéaire, le système à résoudre est de la forme :

$A \cdot X = B$ soit $A \cdot X - B = 0$ où, $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ est le vecteur des inconnus

et A ($n \times n$) et B ($n \times 1$)

A peut être décomposée en D , E et F : $A = D + E + F$



- o Pour le cas non linéaire, le système à résoudre est de la forme :

$$F(X) = 0 \text{ où } F(X) = [f_1(X) \ f_2(X) \ \dots \ f_n(X)]^T \text{ et } X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$$

2. Méthode de Jacobi (Linéaire):

La forme itérative : $X^{(k+1)} = D^{-1} \cdot (-E + F) \cdot X^{(k)} + B$

3. Méthode de Gauss-Seidel (Linéaire):

La forme itérative : $X^{(k+1)} = (D+E)^{-1} \cdot (-F \cdot X^{(k)} + B)$

4. Méthode de Newton-Raphson (Non linéaire) :

La forme itérative : $X^{(k+1)} = X^{(k)} - F'(X^{(k)})^{-1} \cdot F(X^{(k)})$ où, $F'(X)$ et la matrice Jacobienne

5. Travail à faire au centre de calcul

☞ Soit à résoudre le **système linéaire** suivant :

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 = 20 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 15 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

avec, $X^{(0)} = [0 \ 0 \ 0]^T$

• Jacobi :

Erreur	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
k (Iter)					
x_1					
x_2					
x_3					

Conclusion :

• **Gauss-Seidel :**

Erreur	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
k (Iter)					
x_1					
x_2					
x_3					

Conclusion :

☞ Soit à résoudre le **système non linéaire** suivant :

$$\begin{cases} x^2 - e^y = 1 \\ x + e^{-y} = 0 \end{cases} \quad \text{soit : } \mathbf{F(X)} = \begin{bmatrix} \\ \phantom{x + e^{-y}} \end{bmatrix} \quad \text{ce qui donne : } \mathbf{F'(X)} = \begin{bmatrix} \\ \phantom{x + e^{-y}} \end{bmatrix}$$

où, $X = [x \ y]^T$

Valeurs initiales :

Erreur	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
k (Iter)					
x					
y					

Valeurs initiales :

Erreur	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
k (Iter)					
x					
y					

Valeurs initiales :

Erreur	0.1	0.01	0.001	0.0001	0.00001
k (Iter)					
x					
y					

Conclusion :
