Université de Batna-2-
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique

Master : Energies Renouvelables en Electrotechnique
Unité : Méthode Numériques Appliquées et Optimisation
Année : 2020/2021

TP N°3

Résolution des Equations différentielles Ordinaires (EDO)

1. Objectif :

Le but ce TP est de résoudre numériquement les équations et systèmes d'équations (EDO). Les équations considérées sont du premier ordre linéaire ou non avec des conditions initiales.

2. Méthode d'Euler (**Euler**) :

Soit l'équation différentielle du premier ordre :

$$\frac{dy}{dt} = f(y,t) \qquad \text{avec la condition initiale : } y(t_0) = y_0$$

La résolution de cette équation avec la méthode d'Euler se fait selon l'écriture itérative suivante :

$$\boxed{y_{k+1} = y_k + h.f(y_k, t_k)}$$

Le calcul se fait dans l'intervalle $\lfloor t_0 \quad t_f \rfloor$ avec un pas de calcul h et $t_{k+1} = t_k + h$.

Pour un système de deux équations différentielles : $\begin{cases} x_{k+1} = x_k + h.f(x_k, y_k, t_k) \\ y_{k+1} = y_k + h.g(x_k, y_k, t_k) \end{cases}$

3. Méthode de Runge-–Kutta d'ordre 4 (**RK4**) :

Par la méthode de Runge–Kutta d'ordre 4, les valeurs de la dérivée sont calculées en 4 points de l'intervalle, dans le but d'avoir une meilleure précision qu'Euler. Le calcul itératif est modifié donc comme suit :

$$\boxed{y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}.(n_1 + 2(n_2 + n_3) + n_4)}$$

avec : $\begin{cases} n_1 = f(y_k, t_k) \\ n_2 = f(y_k + \frac{h}{2}.n_1,\ t_k + h/2) \\ n_3 = f(y_k + \frac{h}{2}.n_2,\ t_k + h/2) \\ n_4 = f(y_k + h.n_3,\ t_k + h) \end{cases}$

Pour un système de deux équations différentielles : $\begin{cases} x_{k+1} = x_k + \frac{h}{6}(m_1 + 2(m_2 + m_3) + m_4) \\ y_{k+1} = y_k + \frac{h}{6}.(n_1 + 2(n_2 + n_3) + n_4) \end{cases}$

avec : $\begin{cases} m_1 = f(x_{k,}\ y_k, t_k) \\ m_2 = f(x_k + \frac{h.}{2}.m_1, y_k + \frac{h.}{2}.n_1,\ t_k + h/2) \\ m_3 = f(x_k + \frac{h.}{2}.m_2, y_k + \frac{h.}{2}.n_2,\ t_k + h/2) \\ m_4 = f(x_k + h.m_3, y_k + h.n_3,\ t_k + h) \end{cases}$ et $\begin{cases} n_1 = g(x_{k,}\ y_k, t_k) \\ n_2 = g(x_k + \frac{h.}{2}.m_1, y_k + \frac{h.}{2}.n_1,\ t_k + h/2) \\ n_3 = g(x_k + \frac{h.}{2}.m_2, y_k + \frac{h.}{2}.n_2, t_k + h/2) \\ n_4 = g(x_k + h.m_3, y_k + h..n_3,\ t_k + h) \end{cases}$

Travail à faire au centre de calcul

Soit à résoudre :

- **l'EDO 1** : $\frac{dy}{dt} - y^2 = 1$ sur l'intervalle [0 π/3] avec $y_0 = 0$
- **l'EDO 2** : $0.25\frac{d^2y}{dt^2} + 0.5\frac{dy}{dt} + y = 1$ sur l'intervalle [0 5] avec $y_0 = 0$ et $y_0' = 0$

Ecrire, pour chacune des deux méthodes Euler et RK4, un programme *Matlab* qui permet de résoudre les EDO données ci-dessus. Un calcul d'erreur est fait en comparaison avec la solution obtenue analytiquement.

- EDO 1 :

Solution exacte (analytique) :

………

	h	0.5	0.1	0.01	0.001	0.0001
Euler	Σ(abs(Err))/N					
RK4	Σ(abs(Err))/N					

Conclusion :

- EDO 2 :

Solution exacte (analytique) :

………

	h	0.5	0.1	0.01	0.001	0.0001
Euler	Σ(abs(Err))/N					
RK4	Σ(abs(Err))/N					

Conclusion :
