

TP N°4

Résolution des Equations aux Dérivées Partielles (EDP) (Méthode des Différences Finies)

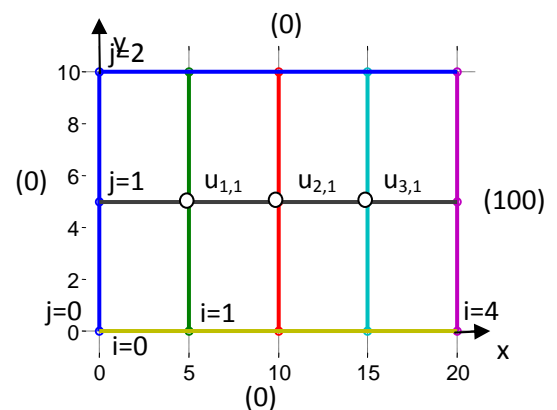
1. Objectif :

Le but de ce TP est de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles (EDP) par la méthode des différences finies.

2. Equation à résoudre :

Soit à résoudre l'EDP suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \Delta u = 0$$



Le domaine (Ω) sur lequel l'équation est résolue est un rectangle de dimension (20x10), avec les **conditions aux limites** :

$$\begin{cases} u(x; 0) = u(x; 10) = u(0; y) = 0 \\ u(20; y) = 100 \end{cases}$$

3. Approximation de la dérivée seconde :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u(x + \Delta x, y) - 2u(x, y) + u(x - \Delta x, y)}{\Delta x^2} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u(x, y + \Delta y) - 2u(x, y) + u(x, y - \Delta y)}{\Delta y^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta y^2}$$

4. Discrétisation de l'EDP sur le domaine (Ω):

- Pour $\Delta x = \Delta y = h = 5$: a- Déterminer le système d'équations linéaires et le résoudre ;
 b- Ajouter les conditions aux limites et tracer la solution.
- Pour $h < 5$ ($h=2, 1$) : a- Pour $h=2$, représenter le domaine d'étude ;
 b- Ecrire le programme *Matlab* (général) permettant de résoudre l'EDP.